

Rapport

fra Eulers Venners studietur
til Lund, København og Roskilde.

3. – 7. november 1991

Indholdsfortegnelse:

Forord	1
------------------	---

Mandag d. 4. nov.

Præsentation af matematikstudiet ved Lunds Universitet samt årsmøde i Lunds Matematiska Sällskap med foredrag	2
--	---

Tirsdag d. 5. nov.

Besøg hos Peter Matthiesen A/S	6
Visit på H.C. Ørstedts Instituttet	9
Foredrag af Asmus L. Schmidt, "Klassiske problemer i talteorien"	10

Onsdag d. 6. nov.

Besøg hos Teleteknisk Forskningslaboratorium	14
--	----

Torsdag d. 7. nov.

Besøg på Risø	18
Visit på Roskilde Universitets Center	22

Forord.

Dette er rapporten over Eulers Venners studietur til Lund-København-Roskilde som fandt sted 3.-7. november 1991. Turen havde 21 2. dels matematikstuderende som deltagere. Formålet med studieturen var at besøge universiteter for at høre om forholdene der, hvad der forskes i og at komme til at snakke med studerende, samt at besøge virksomheder som anvender matematik eller matematisk funderede fag. Forberedelsen til turen startede i foråret 1991 og turen blev vellykket med god social og faglig udbytte. Dette var den 4. studietur i Eulers Venners regi og planlægningen af en ny studietur i 1992 er så småt begyndt. Vi vil gerne benytte lejligheden til at takke:

Matematisk Afdeling, Århus Universitet

for den økonomiske støtte, som blev givet til turen. Desuden vil vi takke Dansk Matematisk Forening for deres støtte til middagen på H. C. Ørsted Instituttet. Vi vil rette en stor tak til følgende personer, som muliggjorde de forskellige besøg og stod for at arrangere dem:

- Jan-Erik Brundell (Lunds Universitet),
- Ole Kessel (Peter Matthiesen),
- Søren Winkler (Københavns Universitets Matematiske Institut)
- Ove Færgemann (Teleteknisk Forskningslaboratorium),
- Jens Peter Lynov og Poul Astrup (Forskningscenter Risø),
- Mogens Brun Heefelt (IMFUFA, Roskilde Universitets Center).

Desuden en stor tak til alle de personer, der ydede en indsats i form af et foredrag eller andet.

Arrangørgruppen: Lars Thams, Henrik Vosegaard, Jesper Villadsen, Jesper Kornerup, Peter Beier Gothen, Kurt Ramskov.

Deltagere: Anita Rohde, Anne-Kirstine Simonsen, Bernd R^hhlicke, Erik Nielsen, Henrik Just, Henrik Vosegaard, Ingelise Jensen, Jakob Grove, Jan Paradowski, Jesper Villadsen, Jesper Kornerup, Lars Bærentzen, Lars Thams, Kurt R. Laursen, Niels H. Eriksen, Nils B. Andersen, Peter Beier Gothen, Thomas Kjellberg Christensen, Thorkild Jensen, Torben Rønne, Trine Petersen.

Lund, mandag d. 4. november 1991

Dagens program var følgende:

kl. 11.00: Præsentation af matematikstudiet ved Lunds Universitet.

Eftermiddagen fri

kl. 18.30: Årsmøde i Lunds Matematiske Sällskap med foredrag.

Ved Lunds universitet er der ansat matematikere ved de to institutioner:

1. Matematisk-Naturvidenskabeligt Fakultet (MNF)
2. Lunds Tekniske Højskole (LTH)

Præsentationen faldt derfor tilsvarende i to dele:

Studierektor Rolf Andersson fortalte om studieordningen ved matematik og statistik, idet han gav en redegørelse for de enkelte matematikkurser, pointsystemer og organisation af MNF. Studierne er fireårige og uden bifag. Der er to indgange til de naturvidenskabelige uddannelser:

Indgang 1 sigter mod matematik, statistik, datalogi, fysik eller kemi

Indgang 2 sigter mod kemi, biologi, molekylærbiologi eller geologi

Efter det første år vælges hvilket fag, man vil specialisere sig i. Matematikere starter via indgang 1 og følger – som alle der starter via indgang 1 – i de to første år kurserne matematik 1 og 2. Disse svarer indholdsmæssigt til førsteårsmatematikken i Århus, dog suppleret med enten diskret matematik eller anvendt lineær analyse. Desuden følges kurser i statistik, datalogi og fysik.

På 3. og 4. år følges kurserne matematik 3 og 4 samt videregående, såkaldte fordybningskurser. I matematik 3 og 4 kan vælges blandt følgende emner, der i niveau og indhold omtrent modsvarer resten af bifaget i matematik samt introducerende andendelskurser i Århus:

Matematik 3:

Algebra 2: Ringe, grupper, legemer. Kan fortsættes i repræsentationsteori eller algoritmeteori.

Analytiske funktioner: Komplex funktionsteori i en variabel. Kan fortsættes i Fourier- og Laplacetransformation eller Harmoniske funktioner.

Differentialgeometri: Kan f.eks. fortsættes i Riemanngeometri.

Sædvanlige differentiaalligninger: Kan videreføres i komplekse differentiaalligninger, dynamiske systemer og kaos.

Talteori: Fortsættes i Diophantiske ligninger, analytisk talteori.

Topologi: Topologiske rum, herunder metriske rum, Banachrum og Hilbertrum. Uddybende kurser i f.eks. knudeteori og algebraisk topologi.

Matematik 4:

Distributionsteori: Fortsættes i partielle differentialligninger, som er Lunds specialitet, og matematiske metoder i fysikken.

Funktioner af komplekse variable: Videreførelse af analytiske funktioner.

Gruppe- og ringteori.

Integrationsteori.

Lineær funktionalanalyse.

Civilingeniøruddannelserne ved LTH er normeret til 4 1/2 år med følgende studieretninger:

- Teknisk Fysik (70 stud. pr. år)
- Elektroteknik (180)
- Datateknik (90)
- Maskinteknik (125)
- Vej og vand (90)
- Kemiteknik (125)
- (Brandingeniør (30))

Heri indgår matematik primært som hjælpefag og vi fik mulighed for at se den anvendte litteratur.

Efter foredragene var der rundvisning ved Thomas Bengtsson, der er igang med en forskeruddannelse og endvidere sekretær i Lunds Matematiske Sällskap.

Eftermiddagen var ikke programlagt, og adskillige studietursdeltagere benyttede lejligheden til at besøge Lunds seværdigheder, f.eks. Domkirken og "Kulturen", der er et friluftsmuseum med bygninger helt tilbage fra 1600-tallet.

Om aftenen deltog vi i årsmødet i Lunds Matematiske Sällskap, der er en lokal forening, på mange måder svarende til Eulers Venner. Foreningen, der er stiftet i 1923, har ca. 175 medlemmer, hvoraf omtrent halvdelen er universitetsansatte. Der arrangeres primært foredrag om matematiske emner, 3 pr. semester; disse afholdes dels af ansatte, dels af udefrakommende. Årsmødet var hurtigt overstået, her kunne Eulers Venner lære en masse!!

Aftenens foredragsholder var Per-Anders Ivert, der er lektor ved MNF. Titlen var: "Den bästa av världar – historiskt om extremalprinciper och variationskalkyl".

Lunds Matematiska Sällskap

kallar till årsmöte
måndagen den 4/11 1991 kl. 18³⁰ (·)
(obs. dagen!)

Lokal: Sal C, Matematikhuset, Sölvegatan 18

Per-Anders Ivert

(matematiska institutionen)
håller ett föredrag med titeln

Den bästa av världar —

historiskt om extremalprinciper och variationskalkyl

"En kortfattad berättelse om det intellektuella och kulturella klimatet i Europa under barock och rokoko, om mekanikens extremalprinciper och om början till matematikens variationskalkyl"

På årsmötet kommer även att ske val av styrelse, arbetsutskott och revisorer för 1992

Efter årsmötet blir det eftersits med mat (smörgåstårta) och dryck till självkostnadspris.

Alla intresserade (även icke medlemmar) hälsas hjärtligt välkomna!

Arbetsutskottet

Per-Anders Ivert gav en oversigt over barok- og rokokko-periodens tekniske og videnskabelige udvikling ud fra et idéhistorisk synspunkt. Blandt 1600-tallets store naturvidenskabsmænd blev Newton og Kepler fremhævet og Galilei's interesse for såvel teoretiske som praktiske opgaver blev nævnt. Det nye verdensbillede med Solen i centrum kom til at præge denne tid, og Per-Anders Ivert understregede at Copernicus allerede i 1500-tallet havde brudt med det geocentriske system. Dette brud vakte opsigt – ikke mindst i kirkelige kredse. Også menneskets syn på sig selv blev ændret, og periodens typiske filosofiske problemer blev opsummeret som følger:

- Substansbegrebet
- Vekselvirkning mellem krop og sjæl
- Determinismen og viljens frihed
- Kundskabsteori
- Kausalitet
- Rum og tid
- Kraftbegrebet

Per-Anders Ivert redegjorde for, hvorledes René Descartes (1596–1650) – ofte kaldet “den moderne filosofis fader”-, Baruch Spinoza (1632–1677) og G.W. Leibniz (1647–1716) forholdt sig til ovenstående problemer, og han gav en kort beskrivelse af deres liv, hovedværker og filosofiske grundholdninger.

Dernæst hørte vi eksempler på væsentlige spørgsmål fra 1700-tallets begyndelse, f.eks. striden mellem Descartes og Newton vedrørende Jordens form (fladtrykthed ved polerne).

Afslutningsvist omtalte Per-Anders Ivert ekstremumsproblemer, der blev studeret af mange naturvidenskabsmænd i denne periode. Han nævnte det brachistochrone og isoperimetriske problem, som gav anledning til store stridigheder mellem brødrene Jakob og Johan Bernoulli.

Det brachistochrone problem: Givet 2 punkter, find den kurve mellem disse, der gør faldtiden for en partikel bundet gnidningsfrit til kurven kortest mulig.



Det isoperimetriske problem: Find den lukkede kurve af en given længde, der omslutter det største areal.

Også Leibniz, Newton og L'hospital viste stor interesse for at løse opgaverne. Den matematiske behandling af disse problemer kom til at danne grundlaget for den moderne variationsregning, som jo også Euler har bidraget til.

Efter foredraget var der “Smørgåstærte (!)” og hyggesnak i “Hilbertrummet”.

Besøg hos Peter Mathiessen A/S.

Tirsdag den 5 november kl. 11.06 ankom Eulers Venner til Peter Mathiessen, hvor vi blev hilst velkommen af Senior konsulent Gert Mikkelsen og Søren Nielsen fra ruteplanlægningsafdelingen, der bød på tiltrængt kaffe.

Programmet for dagen var:

1. præsentation.
2. digitale kort.
3. case vedr. patienttransporter.
4. afslutning.
5. frokost.

1. præsentation.

Her fik vi en kort gennemgang af PM's historie. PM startede i 1975 som et enkeltmandsfirma hvor Peter Mathiessen (personen) lavede leveringsstyring for Berlingske Tidende. Det gik ud på at gætte hvor mange aviser der skulle leveres til de forskellige kiosker etc.

I dag ejes PM af de 3 direktører, men har et overskudsdelings-system, således at de ansatte civilingeniører arbejder gratis over når de har svært ved at få en opgave færdigt til den fastsatte deadline. Firmaet arbejder i en niche, nemlig produktion af skræddersyede edbssystemer indenfor logistikområdet. Firmaet gør meget ud af at holde sig uafhængig af hard- og software leverandører, og udvikler til den platform kunden måtte ønske. Firmaet politik er at kunden kun skal betale for det stykke arbejde, som der rent faktisk udføres for kunden. Hvis der genbruges rutiner, fra tidligere opgaver tager PM ikke betaling for disse i anden omgang. Dog kan der blive tale om at en kunde betaler kompensation til den tidligere kunde, der i første omgang har alle udviklingsomkostningerne. PM har for tiden 35 fuldtidsansatte konsulenter. Med en enkelt cand. Merc. som undtagelse kommer disse alle fra Danmarks Tekniske Højskole (IMSOR & afd. for driftsteknik). Kønsfordelingen er en anelse skæv, idet der kun er 2 piger, der iøvrigt er på barselsorlov.

Omsætningen var i 89/90 på 21.5 mill. kr. med et overskud på 3.5 mill. kr. Dette meget fine resultat skal dog sammenholdes med at konsulenterne som omtalt får del i dette overskud i stedet for overarbejds løn, etc.

Arbejdsformen er projektorienteret, hvor det gælder om at alle i gruppen får lov til at deltage i alle projektets faser. Ved større projekter, 5 til 6 personer, arbejdes der dog mere specialiseret. Arbejdsmængden varierer meget afhængig af om store projekter bliver til noget eller ej. Det hænder at 2 projekter optager halvdelen af kapaciteten. PM reklamerer ikke men skaffer sig kunder ved mund til mund metoden, samt byder på licitationer. PM anser det således som overordentligt vigtigt at alle kunder er tilfredse med projekternes udførelse. Nogen gange kommer konsulenterne derfor virkelig på overarbejde når de har fejlbedømt den tid det vil tage at gennemføre et projekt.

2. Digitale kort.

I 80'erne digitaliserede Sverige hele deres vejnet. Dette var en stor besværlig proces, som tog ca. 30 mandår. Dette materiale har PM blandt andet brugt, til at løse et problem for Ørebros postvæsen, hvor der skulle produceres et system til at optimere udbringning af erhvervspakker. Dette er ikke et helt så lille problem, som det måske kan lyde til, da der i Ørebro dagligt udbringes ca. 1500 pakker. Systemet der blev konstrueret til at løse dette problem, blev et fuldautomatisk planlægnings system. D.v.s. at postbudet fik en stak pakker der skulle køres ude, i en given rækkefølge, men han måtte selv vælge hvilken vej, han ønskede at køre. Postbudenes ruter, blev lagt i nogle regioner, så man kunne drage nytte af postbudets kendskab til et givent delområde. Selve systemet viste sig effektivt efter implementeringen, da postvæsnets sparede ca. 25 % på pakke udbringningen.

De digitale kort opbyggedes som en graf med to slags knuder. Den ene slags knuder repræsenterede skæringspunkter mellem to veje, mens den anden type knuder blot brugtes til at finde en vejstrækning. Den første type knude havde information om evt. svingforbud, mens begge typer knuder havde tilknyttet adresse information. Til kanterne var knyttet dels vejens længde, og dels vejens hastighedsklasse og evt. ensretning. Fordelen ved at bruge digitale kort fremfor de sædvanlige tommelfingerregler som afstanden mellem to punkter ad vejen er 1.2 gange den euklidiske afstand udregnet efter koordinater er at det er betydeligt nemmere at diskutere modellens udsagn med chaufførerne.

3. Case vedr. patienttransporter.

Denne case omhandlede et unavngivet firma, skal vi kalde det Flack, der transporterer patienter til og fra behandlingssteder. PM havde lavet et forstudie, for at undersøge hvor meget Flack kunne spare ved at lave maskinel planlægning af kørslerne. Kravene til patientudbringningen var at patienterne skulle ankomme til behandlingsstedet mellem 30 og 0 minutter før et fastlagt tidspunkt, samt at de, når behandlingen var afsluttet, højst måtte vente 60 min på at blive afhentet. Transporten foregår ved at en bil opsamler og afsætter patienter flere steder undervejs. Patienterne køres således ikke direkte til deres bestemmelsessted. Ved dagens begyndelse er ca. halvdelen af de jobs, der skal udføres kendte. Resten indløber efterhånden som behandlingsstederne ringer og siger, de er færdige med en patient. PM havde data for en enkelt dag med 203 opgaver hvoraf 104 var kendte ved dagens begyndelse. På disse data afprøvede de En Dial a ride heuristik, som de havde læst sig til i et tidsskrift. Det viste sig at deres heuristik opnåede betydeligt bedre resultater hvad angår de kriterier, som de havde fået med i modellen. Alle kom til tiden mod før kun ca. 50 %, til og alle blev afhentet senest 60 min efter deres behandlings afslutning. Til gengæld fik patienterne lov at side endog meget længe i bilen, nogle blev sågar kørt til deres bestemmelsessted men ikke sat af fordi det var for tidligt, for derefter at få en lille halv times rundtur inden de atter ankom til deres bestemmelsessted. Det var et typisk eksempel på at en matematisk fundet løsning har en tendens til at blive temmelig ekstrem, strengt overholdende de modellerede begrænsninger men ikke andre.

4. Afslutning.

Afslutningen formede sig som en demonstration af et lille system med et digitalt kort over udvalgte dele af København, samt en diskussion af foretrukne programmeringssprog. Man kodede tidligere i FORTRAN men bruger nu i vid udstrækning C. Fjerde-generationsværktøjer stod ikke i ret høj kurs. De kunne måske nok bruges til demonstration, men de var alt for langsomme i praksis.

5. Frokost.

Til sidst bød PM på turens bedste frokost, bestående af smørrebrød, øl og vand.

Besøg på Københavns Universitets Matematisk Institut.

H. C. Ørsted Instituttet, som huser Københavns Universitets Matematiske Institut, blev besøgt tirsdag den 5. november. Besøget startede med Asmus Schmidts foredrag: Klassiske problemer i talteori kl. 16:15 og efterfulgtes af spisning og socialt samvær om aftenen. Asmus Schmidts foredrag handlede om følgende 5 klassiske problemer:

1. Fermats problem
2. Goldbachs hypotese
3. Primtalstvillinger
4. Warings problem
5. Riemanns hypotese

Nedenfor er gengivet den af Asmus Schmidt udleverede note til forelæsningsen, som er en god beskrivelse af foredraget.

Efter dette spændende foredrag var der en lækker middag lavet af studerende fra HCØ og sponsoreret af Dansk Matematisk Forening. Snakken gik hele aftenen med en halv snes matematikstuderende fra HCØ om bl.a. studieordningerne FUP og FAKTA samt naturligvis matematiske emner. Det er altid meget givende at komme til at snakke med ligesindede og høre om forholdene på andre universiteter. Alt i alt et meget vellykket besøg.

KLASSISKE PROBLEMER I TALTEORI

ASMUS L. SCHMIDT

I talteorien, som i sin enkleste form handler om egenskaber ved naturlige tal, har en række klassiske problemer spillet en afgørende rolle for dens udvikling. Jeg skal omtale nogle af de berømteste af disse problemer og den nuværende status for disse.

Fermat's problem: Den franske amatørmatematiker Pierre Fermat (1601-1665), noterede i sit eksemplar af *Arithmetica* af Diophantus (ca. 250 f. Kr.) ud for en opgave om at dele et kvadrattal som sum af 2 kvadrattal:

"På den anden side er det umuligt at dele et kubiktal i to kubiktal eller et bikvadrat (fjerdepotens) i to bikvadrater, eller generelt en hvilkensomhelst potens - bortset fra et kvadrat - i to potenser med samme eksponent. Jeg har opdaget et vidunderligt bevis for dette, som margin dog er for lille til at indeholde."

Fermat påstår med andre ord, at ligningen

$$(1) \quad x^n + y^n = z^n,$$

for $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, ikke har løsninger $(x, y, z) \in \mathbb{N}^3$.

Det eneste tilfælde, for hvilket Fermat har efterladt et bevis for uløsligheden, er $n = 4$. Tilbage står at vise uløsligheden, når $n = p$ er et ulige primtal, idet uløsligheden for en sammensat eksponent $n = n_1 n_2$ da følger af, at (1) er ensbetydende med

$$(x^{n_1})^{n_2} + (y^{n_1})^{n_2} = (z^{n_1})^{n_2}.$$

For den *pythagoræiske* ligning

$$x^2 + y^2 = z^2$$

er samtlige indbyrdes primiske løsninger $(x, y, z) \in \mathbb{N}^3$ givet ved

$$(x, y, z) = \begin{cases} (u^2 - v^2, 2uv, u^2 + v^2) \\ (2uv, u^2 - v^2, u^2 + v^2), \end{cases}$$

hvor $u, v \in \mathbb{N}$, $u > v$, og u og v er af modsat paritet og indbyrdes primiske.

Fermat benytter løsningsformlen for den pythagoræiske ligning til at vise, at der ud fra en løsning $(x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{N}^3$ til ligningen

$$(2) \quad x^4 + y^4 = z^2$$

kan konstrueres en løsning $(x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{N}^3$ med $z_2 < z_1$. Da dette ræsonnement ved gentagelse fører til løsninger $(x_n, y_n, z_n) \in \mathbb{N}^3$, $n \in \mathbb{N}$, med

$$z_1 > z_2 > \dots > z_n > \dots$$

er der en modstrid, idet der ikke findes en uendelig nedstigende følge af naturlige tal. Ligningen (2) og dermed

$$x^4 + y^4 = z^4$$

har derfor ingen løsninger i $\mathbb{N}^3$. Denne løsningsmetode kaldte Fermat en *descente infinie*.

Reviset for løsningsformlen for den pythagoræiske ligning og uløsligheden af (2) beror afgørende på, at $\mathbb{N}$ har entydig primtalsfaktorisering.

Ved forsøg på at vise uløsligheden af

$$(3) \quad x^p + y^p = z^p$$

for et ulige primtal p , tvinges man til at udvide $\mathbb{Z}$ til en ring $R = \mathbb{Z}[\zeta]$ ved at adjungere det komplekse tal

$$\zeta = e^{2\pi i/p},$$

og hvori (3) kan faktoriseres

$$(x + y)(x + \zeta)(x + \zeta^2 y) \dots (x + \zeta^{p-1} y) = z^p.$$

Men der dukker det nye problem op, at ringen

$$R = \{a_0 + a_1 \zeta + a_2 \zeta^2 + \dots + a_{p-1} \zeta^{p-1} \mid a_0, a_1, \dots, a_{p-1} \in \mathbb{Z}\}$$

normalt ikke har entydig primfaktoropløsning (faktisk kun for $p < 23$).

Den store tyske matematiker Edward Kummer (1810-1893) løste dette problem ved at erstatte tallene i R med såkaldte *ideale komplekse tal*, således at der for disse gælder entydig primidealfaktorisering.

Kummers berømte resultat (1847) – som indbragte ham en af det franske akademi udsat pris – er følgende:

A. Fermats ligning (3) er uløslig, når p er et regulært primtal.

B. Et ulige primtal p er *regulært*, hvis og kun hvis p ikke går op i nogen af tællerne i Bernoullitallene $B_2, B_4, \dots, B_{p-3}$.

Her er Bernoullitallene $B_n, n \geq 1$, givet ved de symbolske formler

$$(1 + B)^m = B^m \quad \text{for } m \geq 2,$$

eller eksplicit ved

$$1 + \binom{m}{1} B_1 + \dots + \binom{m}{m-1} B_{m-1} + B_m = B^m.$$

F. eks. er

$$B_1 = -\frac{1}{2}, B_2 = \frac{1}{6}, B_4 = -\frac{1}{30}, B_6 = \frac{1}{42}, B_8 = -\frac{1}{30}, B_{10} = \frac{5}{66}.$$

Det er bevist, at der er uendeligt mange ikke regulære primtal (det mindste er 37), men det er ukendt om der er uendeligt mange regulære primtal.

Rent teknisk deles evt. primiske løsninger (x, y, z) til (3) i:

1. tilfælde: p går ikke op i xyz ,
2. tilfælde: p går ikke op i netop et af tallene x, y, z .

I 1. tilfælde har man meget simple kriterier, som for forelagte tilfælde af p kan udelukke løsninger. Fx viste A. Wieferich (1909), at

$$(4) \quad 2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p^2}$$

er en nødvendig betingelse for løsning i 1. tilfælde. De eneste primtal p for hvilke (4) vides at være opfyldt er 1093 og 3511.

Analoge betingelser til (4) er nu bevist for alle primtal q , $2 \leq q \leq 83$ i stedet for 2. Det er sandsynligt, at disse kriterier tilsammen dækker alle primtal p .

Ved supplerende meget omfattende undersøgelser har man nu vist uløsligheden af (3) for alle ulige primtal $p < 150000$, idet det er 2. tilfælde, der sætter denne grænse.

Et epokegørende resultat inden for et beslægtet område *algebraisk geometri* af den tyske matematiker Gerd Faltings (1983) viser bl.a., at Fermats ligning for givet $n \geq 4$ kun har endelig mange løsninger $(x, y, z) \in \mathbb{N}^3$ med x, y, z indbyrdes primiske.

Faltings viste følgende berømte hypotese af den engelske matematiker L. J. Mordell (1922):

Hvis et polynomium $f(X, Y) \in \mathbb{Q}[X, Y]$ er irreducibelt og den tilsvarende kurve $f(X, Y) = 0$ (over $\mathbb{C}$) har genus $p \geq 2$, da er der kun endeligt mange rationale løsninger på kurven.

Svarende til Fermat's ligning fås kurven $X^n + Y^n = 1$, som har genus $p = (n-1)(n-2)/2$. Da $p \geq 2$ for $n \geq 4$, følger det angivne resultat.

Goldbach's hypotese: (Goldbach, russisk matematiker 1690-1764) er fremsat (1742) i korrespondance med L. Euler (1707-83) i to versioner:

I. Ethvert lige tal ≥ 6 er sum af to ulige primtal.

II. Ethvert ulige tal ≥ 9 er sum af tre ulige primtal.

Det er klart, at $I \Rightarrow II$, idet man i II lader et af primtallene være 3.

Denne hypotese har vist sig at være yderst vanskelig at angribe. Efter en række markante bidrag af de engelske matematikere G.H. Hardy (1877-1947) og J.E. Littlewood (1885-1977) lykkedes det sluttelig den russiske matematiker I.M. Vinogradov (1937) at vise følgende.

Der findes et naturligt tal N (meget stort, men konkret), så at ethvert ulige tal $\geq N$ er sum af tre ulige primtal.

Det bedste resultat vedr. II er vist af den kinesiske matematiker J.R. Chen (1973):

Der findes et naturligt tal N (meget stort, men konkret), så at ethvert lige tal $\geq N$ er af formen $p_1 + p_2$ eller $p + p_1 p_2$, hvor p, p_1, p_2 betegner ulige primtal.

Primtalstvillinger: Det er en gammel observation, at der lige så langt man opstiller primtalstabeller, findes *primtalstvillinger*, dvs. par af primtal med differens 2:

$$(3, 5), (5, 7), (11, 13), \dots (101, 103), (107, 109), \dots$$

Den nærliggende hypotese er derfor, at der findes uendeligt mange primtalstvillinger. Dette problem er fortsat uløst – og anses på linie med Goldbach's hypotese I for at være blandt de allervanskeligste at løse.

Den norske matematiker Viggo Brun (1885-1978) viste (1921) ved anvendelse af en særlig *sime-tode* beslægtet med *Eratostenes'* si følgende berømte resultat:

$$\sum \frac{1}{p},$$

hvor der summeres over alle primtalstvillinger p , er konvergent. Til sammenligning er den tilsvarende række summeret over alle primtal p divergent. Bruns resultat viser dog ikke, om der er endeligt eller uendeligt mange primtalstvillinger.

Waring's problem: (E. Waring, engelsk matematiker 1734-1798) er fremsat (1770). Påstanden er, at der for ethvert naturligt tal $k \geq 2$ findes et (mindste) naturligt tal G_k , således at ethvert naturligt tal n kan skrives på formen

$$n = x_1^k + x_2^k + \dots + x_r^k, \quad r \leq G_k,$$

hvor $x_1, x_2, \dots, x_r$ er naturlige tal.

J. L. Lagrange (1770) viste, at $G_2 = 4$, dvs. ethvert naturligt tal er sum af højst fire kvadrattal. Warings hypotese blev vist af D. Hilbert (1909), som udnyttede en identitet for 9-dobbelte integraler. Samme år viste A. Wieferich, at $G_3 = 9$. Ved analytiske metoder (Hardy, Littlewood, Vinogradov) har man kunnet bestemme G_k for $k \geq 6$. Inden for de seneste år har man (J.-M. Deshouillers m. fl.) ved brug af en supercomputer kunnet vise, at $G_4 = 19$, således at kun G_5 nu er ubestemt. Man formoder, at formlen for

$$G_k = 2^k + \left\lfloor \left(\frac{3}{2}\right)^k \right\rfloor - 2,$$

der gælder for $k \neq 5$ også gælder for $k = 5$.

Riemann's hypotese: Bernhard Riemann (tysk matematiker 1826-1866) offentliggjorde kun en afhandling om talteori: *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse* (1859, 9 sider), men til gengæld har denne haft den allerstørste indflydelse. Riemann introducerer, hvad der nu kaldes *Riemann's zetafunktion*:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s} = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1}, \quad \Re(s) > 1,$$

og viser, at den har en entydig meromorf udvidelse, der er holomorf på nær i punktet $s = 1$, hvor der er en pol af 1. orden. Riemann viser, at zetafunktionen tilfredsstiller en funktional ligningen $F(s) = F(1-s)$, hvor

$$F(s) = \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \pi^{-\frac{s}{2}} \zeta(s).$$

I afhandlingen fremsættes flere interessante påstande om zetafunktionen, deriblandt følgende, som nu kendes som *Riemann's hypotese*:

Alle nulpunkter for $\zeta(s)$ i strimlen $\Re(s) \in [0, 1]$ ligger på linien $\Re(s) = \frac{1}{2}$. Som allerede bemærket af Riemann, er rigtigheden af denne hypotese ensbetydende med følgende egenskab ved primtallenes fordeling:

For ethvert $\varepsilon > 0$ gælder

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{dt}{\log t} + O\left(x^{\frac{1}{2}+\varepsilon}\right)$$

hvor $\pi(x)$ betegner antallet af primtal $\leq x$.

Riemann's arbejde gav anledning til intensive studier af kompleks funktionsteori, hvorved alle Riemann's formodninger (på nær den berømte) blev bevist. Et resultat af disse bestræbelser blev de første beviser for *primtalssætningen*:

$$\frac{\pi(x)}{x/\log x} \rightarrow 1 \quad \text{for } x \rightarrow \infty.$$

Denne sætning – formodet i mere end 100 år – blev vist samtidigt (i 1896) af J. Hadamard (fransk matematiker 1865-1963) og C.J. de la Vallée-Poussin (belgisk matematiker 1866-1962).

Det første elementære bevis for primtalssætningen blev givet af den norske matematiker Atle Selberg i 1948.

Københavns Universitet Matematisk Institut, november 1991.

Teleteknisk Forsknings-Laboratorium

Onsdag skulle vi besøge Teleteknisk Forsknings-Laboratorium, der ligger i Hørsholm.

Den første halve time gik med en generel orientering om firmaet. Teleteknisk Forsknings Laboratorium er en fælles forskningsafdeling ejet af Kbh. Telefon A/S, Jydsk Telefon, Fyns Telefon, Tele-Sønderjylland og Statens Teletjeneste. TFL udfører (med deres egne ord) anvendt forskning; det vil sige de udvikler formelle metoder, som de håber, industrien kan bruge om 5 - 10 år. De har bl.a. kontakt til Fysisk Institut her ved Århus Universitet samt Kbh. Universitet, AUC, DTH og selvfølgelig telefonselskaberne. Desuden arbejder TFL på et forskningsprogram hørende under EF, og de har haft medarbejdere udstationeret i Japan og USA. Udover at have en forskningspligt er de forpligtiget til at uddanne personale til telefonselskaberne, når det er nødvendigt.

Arbejdet foregår i 4 grupper:

	# pers.
. optisk kommunikation	18
. programmelgruppen	13
. signalbehandling	10
. telesystemer	4

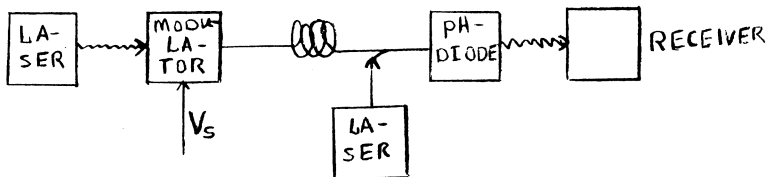
De er altså 45 personer ialt, og heraf er 5 Ph.d. studerende. Vi fik oplyst, at de fleste ansatte var ingeniører, men der var 3 dataloger. Til sidst fik vi at vide, at TFL's budget for i år var på 37.295.000 kr.

Efter denne orientering blev vi inddelt i to hold: personer med bifag i datalogi, og de der har bifag i fysik.

Fysikerne fik tre foredrag, der blev holdt af Gunnar Jacobsen, Jesper Mørk og Jesper Hanberg.

Gunnar Jacobsens foredrag var om modeller for fasestøj i optiske kommunikationssystemer, det vil sige: hvordan designer man sit optiske apparatur, så man kan minimere støjen. Hans foredrag faldt i to dele, første del om coherente systemer og anden del om doped fiber amplifiers.

Et coherent system blev defineret ved opstillingen:



De to lasere har en lidt forskellig frekvens. Denne frekvensforskel giver en slags feedback effekt, der mindsker støj-effekten.

Derefter fortalte Gunnar Jacobsen om doped fiber amplifiers. Dette Dangelsske begreb dækker over en naiv ide. Da der er en stærk dæmpning i et optisk kabel, kan et signal uden forstærkning maksimalt sendes ca. 100 km. Så man skal altså lave en forstærker, en doped fiber amplifier, der er en del af den optiske kommunikationsfiber, men virker som en laser. Det gøres ved at forurene (dope) et stykke af fiberen med et stof, man kan eksitere med fotoner ved en frekvens, der ikke bliver benyttet til kommunikation. Og stoffet skal have lasereffekt ved kommunikationsfrekvensen. Med brug af doped fiber amplifiers og coherente systemer kan et signal idag sendes 1500 km i en fiber med en fejlrate på 1/mia.

Jesper Mørks foredrag handlede om kaos i halvlederlasere. Halvlederlasere er en speciel lasertype, der sidder mellem et N og et P lag i en halvleder. Den har meget små dimensioner (på den længste led er den ca. 300 mikrometer) men er meget kraftig i forhold til størrelsen. Specielt for halvleder lasere gælder det at de kan være i mange forskellige modes. I visse opstillinger er det muligt for laseren at befinde sig i flere forskellige modes og laseren kan så foretage spring mellem dem. Springene foregår kaotisk.

Foredraget af Jesper Hanberg var om halvledertechnologi. Han forklarede indledningsvis, hvordan man udvælger de materialer, der bruges til at lave halvlederne, idet man må sikre sig at gitterlængderne i alle materialerne skal være tilnærmelsesvis ens. Han fortsatte derefter med at fortælle om MOVPE (metal organic vapour-phase epitaxi), der er en metode, hvor man fordamper halvleder materialet og derefter kondenserer det på halvlederen. Hvert lag, der lægges på således, er ca. 3/100.000 mm, og der skal ca. 100 lag til at få en færdig halvleder. Foredraget blev sluttet med forklaring på, hvordan de kontrollerer kvaliteten af halvlederen med f.eks. elektron- og røntgen-mikroskoper.

Datalogerne fik 4 små foredrag af personer fra programmelgruppen.

Det første foredrag var af Flemming Andersen og hed
Mekanisering af UNITY i Højere Ordens Logik.

UNITY teorien er specielt udviklet med henblik på bevis af
egenskaber ved parallelle programmer, og er ifølge TFL meget

lovende.

UNITY består af et logisk sprog og et programmeringssprog. Programmeringssproget minder lidt om pascal, men er noget simplere. Man kan erklære variable som integer, bool og arrays. Derudover kan man have variabelinitialiseringer og en endelig mængde af tildelingsstninger med betingelser. Det logiske sprog udtaler sig om egenskaber af programmer. Der er to slags egenskaber (p unless q, og q invariant in Pr), som handler om sikkerhed; og to slags egenskaber (p ensures q, og p leadsto q) som g $\ddot{a}$ r p programmets fremdrift.

Vi blev præsenteret for HOL-systemet, som underbygger mekaniseret verifikation af specifikationer i H $\ddot{o}$ jere Ordens Logik. Dog kun primitive rekursive funktioner; men p $\ddot{a}$ TFL havde man defineret rekursive boolske funktioner i HOL. For at kunne g $\ddot{o}$ re dette, havde de lavet en partiel ordning af de rekursive boolske funktioner, s $\ddot{a}$ dan at man f $\ddot{a}$ r et komplet gitter. Dermed fik vi genopfrisket vores fixpunktsteori fra Dat 23.

Det n $\ddot{a}$ ste foredrag var af Jimmi S. Petterson og hed
Forfinelser i UNITY.

Normalt foreg $\ddot{a}$ r verifikation af et program f $\ddot{o}$ rst efter, at programmet er udviklet. Dette kan give problemer, fordi den opf $\ddot{o}$ rselforrettede specifikation af systemet typisk er p $\ddot{a}$ et meget lavere abstraktionsniveau end den egenskabsorienterede. En l $\ddot{o}$ sning p $\ddot{a}$ problemet kan v $\ddot{a}$ re at integrere verifikation i udviklingsprocessen.

P $\ddot{a}$ TFL arbejdes p $\ddot{a}$ at udvikle en systematisk metode til at konstruere parallelle programmer ved trinvis at forfine deres beskrivelser. Der arbejdes med trinvis forfinelse af b $\ddot{o}$ de egenskabs- og opf $\ddot{o}$ rselforrettede beskrivelser. Ideen i metoden er at konstruere det parallelle program og bevise for dets korrekthed samtidigt. En anvendelse af trinvis forfinelse er f.eks. korrekthedsbevarende programtransformationer.

Det tredje foredrag var af Jens Kristensen og hed
Anvendelse af programverifikation i SPECS.

Jens Kristensen blev f $\ddot{a}$ rdig som datolog her fra $\ddot{A}$ rhus Univ. i sommers, s $\ddot{a}$ han var et kendt ansigt for nogle af os. Han fortalte om det europiske programprojekt SPECS, der st $\ddot{a}$ r for Specification and Programming Environment for Communication Software. Projektets form $\ddot{a}$ l er at definere formelle metoder og v $\ddot{a}$ rkt $\ddot{o}$ j $\ddot{e}$ r til udvikling af telekommunikations-software, s $\ddot{a}$ det er meget naturligt at TFL er med i det.

Vi fik at vide, at der nok var begr $\ddot{a}$ nsede anvendelsesmuligheder for teorien, som de nu snart var f $\ddot{a}$ rdige med at udvikle; men det

var meningen, at nogle programmører skulle implementere det i løbet af 1992.

Vi skulle iøvrigt hilse fra Jens og sige, at der var ledige stillinger for dataloger og specielt for matematikere med bifag i datalogi.

Det fjerde foredrag hed
Protocol conformance testing.

Personen, som skulle holde det sidste foredrag var hollænder og var kommet i kontakt med TFL gennem nogle studerende fra DTH, som var på besøg i Holland. Disse studerende havde et samarbejde med TFL.

P  TFL regner man med, at telefonnetv rket vil blive digitaliseret i fremtiden. Da vil det blive nødvendigt, at produkter lavet af forskellige personer/virksomheder kan samarbejde. Ved hjælp af conformance testing kan man teste, om et mindste-krav til produktets samarbejdsevne er opfyldt. En forskel på almindelig verifikation og conformance testing er, at ved verifikation vises en egenskab af den person, som implementerer produktet; hvorimod det er et uafhængigt laboratorium, der laver conformance testing.

Det er specielt test af asynkron kommunikation (d.v.s. modtageren kan ikke påvirke senderen), der undersøges på TFL.

Efter foredragene blev vi vist rundt i TFL's 4 laser-laboratorier, der var særdeles veludstyrede. Besøget blev afsluttet med frokost i deres kantine.

Besøg på Risø

Torsdag den 7.11.1991

Dagens program:

1. Velkomst og foredrag om *Turbulent gas-partikel flow* ved Poul Astrup
2. *Numeriske løsninger af PDE's* ved Erik Jerne
3. *Koherente strukturer I* ved Jens J. Rasmussen
4. *Koherente strukturer II* ved Jens P. Lynov

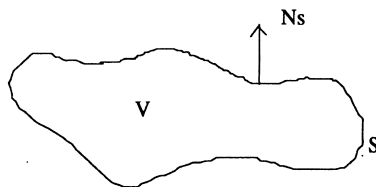
Efter en omlægning af Risø's struktur i 1990 er der i dag tre forskningsområder:

- **Energi** som omfatter forbrændingsteknologi, meteorologi/vindmøllekonstruktioner, brændselsceller og energi- og miljøplanlægning.
- **Miljø** hvori der indgår forureningsproblemer, industriel sikkerhed/driftspåidelighed og nuklear sikkerheds- og beredskabsforhold.
- **Materialer** hvilket indbefatter materialers atomare egenskaber og struktur, nye materialer og optik/fluid dynamik.

Ultimo 1990 var der ialt ansat 957 personer. Heraf var de 308 akademikere, 24 licentiatstuderende, 574 TAP'ere og 51 lærlinge.

Indtægter	1990	Udgifter	1990
Finanslov	250,1	Lon	247,8
Kontraktvirksomhed og programforskning	137,6	Drift, anskaffelse og rejser	142,9
Ialt	387,7	Ialt	390,7

Turbulent Gas-Partikel flow — Navier–Stokes ligninger Vi betragter et lille fluid-volume V . Vi antager at V er et lukket system, dvs. V er begrænset af en lukke flade S igennem hvilken der på intetsted er en netto massetransport.



For et vektorfelt $\phi(r,t)$ har vi: $\frac{d\phi}{dt}|_{v_0} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + v_0 \cdot \nabla \cdot \phi$

Med de substantielle afledede forstår vi:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + v \cdot \nabla \cdot \phi,$$

dvs. hastigheden v_0 af vores volumelement V er lig strømhastigheden.

Vi får da *bevægelsesligningerne*:

i) Masseligningen ($\phi = \text{masse/volume} = \rho$)

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho dV = 0,$$

da V er et lukket system.

ii) Newtons 2. lov (bevægelsesmængde/masse = v)

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho v dV = \int_V \rho g dV + \int_S \sigma \cdot N_s dS,$$

hvor g er tyngdeaccelerationen og σ er spændingstentoren.

iii) Energiligningen (Energi/masse = $e = u + \frac{1}{2}v \cdot v$)

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho e dV = Q - W,$$

ifølge termodynamikkens 1. hovedsætning, hvor Q er varmemængden og W er omgivelsernes arbejde, givet ved

$$\begin{aligned} Q &= \int_V Q dV + \int_S (-q) N_s dS, \\ -W &= \int_V v \cdot \rho g dV + \int_S v \cdot \sigma \cdot N_s dS, \end{aligned}$$

hvor Q volumemæssige varmekilde og q den termiske energiflux.

Generelt har vi ved Leibnitz regel at:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV = \int_V \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_S \rho \phi v_s \cdot N_s dS$$

Specielt har vi med $v_s = v$ *Reynolds Transportsætning*:

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho \phi dV = \int_V \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_S \rho \phi v_s \cdot N_s dS$$

Ved *Stokes sætning* ($\int_{\partial V} \omega = \int_V d\omega$) fås :

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho \phi dV = \int_V \left(\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi v) \right) dV$$

Tilsvarende får vi fra højresiden af vores bevægelsesligning at:

$$\int_V \Gamma_{\phi V} dV + \int_S \Gamma_{\phi S} \cdot N_s dS = \int_V (\Gamma_{\phi V} + \nabla \cdot \Gamma_{\phi S}) dV$$

Da dette gælder for et vilkårligt volume får vi:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi v) = \Gamma_{\phi V} + \nabla \cdot \Gamma_{\phi S}$$

Bruger vi dette på vores bevægelsesligninger får vi *Navier-Stokes ligninger*:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\ \frac{\partial (\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) &= \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \mathbf{v}) &= Q + \mathbf{v} \cdot \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (-q + \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\sigma})\end{aligned}$$

Numeriske løsninger af PDE's Da det i realiteten kun er en lille familie af differentiaalligninger, hvortil man explicit kan finde et analytisk udtryk for løsningen, må man forsøge sig (*frem*) på anden måde. Dette gøres ved forskellige former for approximation.

Som et eksempel blev vi præsenteret for en partiel differentiaalligning med en tidslig og en stedslig afledet. Løsningen søgtes ved Taylorudvikling og diskretisering af hhv. tids- og stedsvariablen — *finite difference*. En anden metode er *finite volume*, som går ud ud på, at man integrerer over små omgivelser på begge sider af den givne differentiaalligning..

Til en numerisk løsning af en PDE, er der nogle krav man oplagt må (skal) stille:

- ☐ *Konsistens*, hvorved der forstås at differensligningen nærmer sig til differentiaalligningen, når skridtlængden i diskretiseringen går mod nul.
- ☐ *Konvergens*, dvs. at fejlen (forskellen mellem den eksakte og den approximerede løsning) går mod nul, når skridtlængden går mod nul.
- ☐ *Stabilitet*, som skal sikre at afrundingsfejlen i computeren ikke får lov at vokse uhæmmet.

I finite difference eksemplet, sikrer den matematiske teori omkring Taylorrækkeudvikling konsistensen af løsningsmetoden. Angående stabilitetskravet kan vi henvise til *Von Neumanns stabilitets analyse*.

Koherente strukturer — er det vi normalt forstår ved hvirvler. Som eksempelvis kan nævnes roterende væsker/gasser, stratificerede (lagdelte) atmosfærer og oceaner. Tænk blot på TV-avisens satellitbillede eller *den røde plet* i Jupiter's atmosfære. Computermodellerne er 2-dimensionelle, dels fordi de er simple end de 3-dimensionale og dels er der ikke-trivielle effekter, der ikke findes i 3-dimensioner, og endelig har de praktisk relevans, så som ovenstående.

Med passende omskrivninger af Navier-Stokes ligninger til den relevante geometri fås:

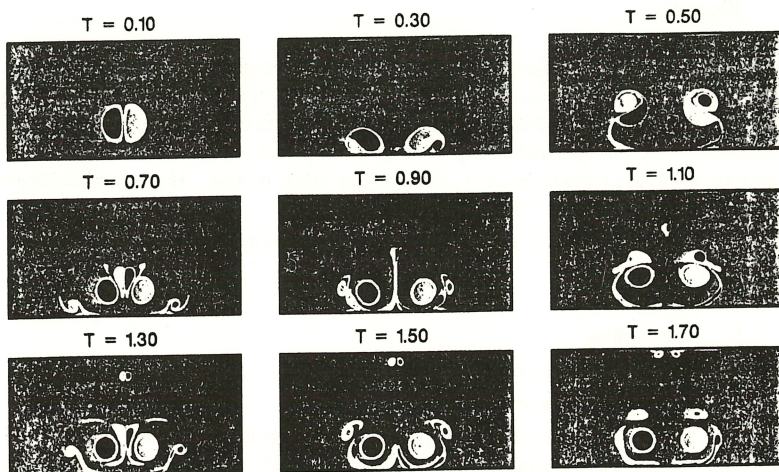
$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \{\phi, \omega\} = 0 \quad ; \quad \omega = \nabla^2 \phi \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \nabla^2 \phi}{\partial t} + \{\phi, \nabla^2 \phi\} = 0,$$

hvor ω er vorticiteten — et mål for hvirvelstrømning, ϕ er strømningsfunktionen og $\{\dots\}$ er notation for Jacobideterminanten. Den sidste ligning kaldes for *Eulers-ligning*. En af de dertil hørende løsninger er *Dipol*-løsningen, som består af to parrede koherente systemer (se billedet).

Dette bringer os ind på problemstillingen omkring kollisionen mellem en dipol og en væg. Løsningsideen hertil var *spectral-metoden*, begrundelsen for at bruge denne metode frem for *finite-difference* er den væsentlige højere nøjagtighed.

Generelt får vi fra Fourier-teorien, at for en given ortonormal basis $\{u_\alpha\}_{\alpha \in A}$ for $L^2(\mathbf{R})$ gælder $f = \sum_{\alpha \in A} \hat{f}(\alpha) u_\alpha$; hvor $\hat{f}(\alpha) = (f|u_\alpha)$, således kan en given $L^2(\mathbf{R})$ -funktion approksimeres med endelige summer. Det bør nævnes at en spectral-approximation $f_N(x)$ tilnærmer $f(x)$ hurtigere end $(1/N)^p$, hvor p er antallet af kontinuert afledte af $f(x)$, hvorimod finite-difference ikke nærmer sig hurtigere end $(1/N)^2$. Ulempen ved denne procedure er det såkaldte Gibbs-fænomen, som forekommer i ikke *pæne* punkter, hvor den approximerende funktion afviger væsentligt fra den reelle værdi — det er dog muligt at glatte på dette. Det viser sig hensigtsmæssigt at bruge *Chebyshev-polynomierne* som basis. Det er ikke muligt at løse Euler-ligningen ved denne metode, men ved at introducere en dæmpning, har man opnået særdeles fine resultater (se billedet). Tegneserien er interessant dels fordi at de første tre-fire billeder stemmer fint overens med experimentelle resultater, men ikke mindst fordi de efterfølgende billeder viser *fødslen* af en dipol-*unge* ! I hvor høj grad dette afspejler virkeligheden må fremtiden vise.

Afsluttende må det siges, at det var et meget vellykket besøg, omend det undrede os at der ikke var ansat flere fysiker.



Roskilde UniversitetsCenter

Torsdag besøgte vi IMFUFA (Institut for studiet af matematik og fysik samt deres funktioner i undervisning, forskning og anvendelser) på RUC. Her blev vi modtaget af institutbestyren Mogens Heefelt og to studerende, Karen Birkelund og Thomas Jessen.

RUC havde planlagt følgende program for os:

13.30 Stud. scient. Karen Birkelund og stud. scient. Thomas Jessen vil fortælle om, hvordan man studerer på RUC — delvis belyst ved deres eget studieforløb.

15.00 Adjunkt Viggo Andreasen, Ph.D., vil fortælle om “Differentialligninger og smitsomme sygdomme”.

16.00 Kand.stip. Peter Harremoes vil fortælle om “Tid og bayesianske netværk”

Matematik-studiet på RUC:

Studiet på RUC består af 2 dele: En basisdel bestående af 2 år og dernæst en overbygning på 3 år.

Basisdel:

Hele det naturvidenskabelige spektrum dyrkes på basisdelen, dvs fysik, kemi, datalogi, matematik, biologi osv. Studiet veksler mellem “almindelig” undervisning og projektarbejde. I den “almindelige” undervisning opbygges et bredt kendskab til generel basisviden, mens projekterne skal give en dybere forståelse af et specifikt emne, samt give en indlæring i forståelse af at viderebringe viden på tryk. Hvert projektarbejde afsluttes med en skriftlig “afhandling”.

Specielt i matematik er der et projektarbejde per semester, delt i følgende hovedemner:

- 4Valgfrit
- 3Formidling
- 2Modeller, teorier og eksperimenter
- 1Naturvidenskaberne i samfundet

Man er til hvert projekt inddelt i hold af 8–12, hvert hold tilknyttes en lærer som vejleder. Hvert projekt evalueres midtvejs af et andet hold, og efter færdiggørelse er der evaluering ved intern censur (bestået/ikke bestået). Efter 2 år er der da en afsluttende examen med karakter, med ekstern censur, hvor man bliver hørt i et projekt efter eget valg.

Som det nok forstås, er der i projektvalget stor valgfrihed, emnerne er meget generelle, og ofte er arbejderne blevet foreslået af den vejledende lærer. Et generelt problem på RUC er den store brug af lærerkræfter på basisårene, således er 5 ud af af 8(!) matematiklærere fuldt beskæftiget her (- forskning også). Og som i Århus har de

også problemer med plads, stedet er bygget til 2100 studerende, der er 4300!

2.del:

Her studeres 2 fag ligestillet, fx matematik-fysik. Igen er uddannelsen opdelt i "almindelig" undervisning og projekter. På matematik skal man have følgende kurser:

- E1Matematisk grundlag
- E2Lineær algebra
- E3Ikke lineærstruktur fra analysen
- E4Diskrete stukturer
- E5Geometri
- E6Sandsynlighedsteori
- E7Videregående emner

Her bliver der afholdt skriftlig eksamen i E1–E3, mens af resten skal en udvælges til mundtlig eksamen. E2 er dobbelt så stor som de andre. E7 kunne f.x. være kompleks funktionsteori.

Projekterne er inddelt i 3 moduler:

- modul 3.....fagdidaktik — formidling, undervisning
- modul 2.....matematisk modul (analyse/vurdering)
- modul 1.....matematik som videnskabsfag

Holdstørrelserne er dog blevet kraftigt reduceret til 1–4 mand. Af projekterne vælges et til speciale. På matematik alene er der nu 105 2.delsstuderende, heraf er de 48 piger(!), og de har altså 3 lærere til rådighed. Under hele uddannelsen bliver der lagt vægt på viderebringelse af viden.

Som det fremgår har man meget travlt, det er endnu aldrig sket at en student har bestået på normeret tid!! Uddannelsesniveauet anses for de to fag at ligge mellem bi- og hovedfag. En RUC'er får ofte ansættelse i private virksomheder som informations-medarbejder i tekniske fag, grundet formidlingsevnerne (Tor Nørretranders er RUC'er). Til slut skal det måske nævnes, at man bliver bachelor med E1+1/2 E3+1 projekt, i hvert fag.

Differentialligninger og smitsomme sygdomme.

Her fortalte Viggo Andreassen om matematikkens anvendelse i biologi. Biologer benytter normalt ikke matematiske modeller (i modsætning til fx fysikere). Dog er der på det seneste sket den — for matematikere (?) — glædelige udvikling, at det er lettere at få biologiske artikler optaget i tidsskrifter, hvis de indeholder matematiske modeller, end hvis de ikke gør. Viggo Andreassen havde lavet en model over udviklingen af influensaepidemier i Leningrad i 1965. Modellen blev hurtigt videreudviklet og blev temmelig kompliceret, og det var nødvendigt at inddrage de "store" teorier om partielle differentialligninger for at løse problemerne. Desuden måtte Viggo Andreassen benytte

“noget så umatematisk” som approximationsteori og pertubationsregning. Ved at “fitte” på de ubestemte fik han modellen til at passe med virkeligheden.

Viggo Andreasen havde faktisk med tilsvarende modeller på en lægekonference kunnet vise sammenhæng mellem antal udbrud af røde hunde i hele landet og antallet af vaccinerede, som viser sig ikke bare at være en faldende kurve, men en kurve med max ved de 60 % (Problemet er at udbrud af røde hunde under graviditet kan skade fostret). Så han kunne argumentere for at vaccinegrundlaget mindst skulle være 60–70%, før det overhovedet havde virkning på befolkningen taget som helhed. Dette har gjort, at lægerne har besluttet at gå fra en ønsket 50% vaccinering til en ønsket 100% vaccinering.

Tid og bayesianske netværk

Et sjovt og interessant foredrag der med udgangspunkt i sandsynligheds formuleringen af uafhængighed handlede om hændelser og deres relationer i et tidsskema.

Navnet fremkommer af Bayes rule og der indgår bl.a. Markov kæder.

Spørgsmål som man uværligt stiller sig selv er: Hvordan er evolutionen skredet frem, hvad kom først (i hvilken rækkefølge?) og hvorfor kan man ikke rejse tilbage i tiden. Disse spørgsmål mente Peter Harremoes at kunne besvare v.h.a. bayesianske netværk.

For eksempel fortalte han hvordan man havde kunnet udlede, at heste og zebraer ikke havde fælles stammoder, men at hesten snarere var en zebra, der havde “mistet striberne”.

Et andet eksempel var: hvorfor er tidsrejser umulige? Svaret var, at i så fald ville alting ske samtidigt.

Foredraget var meget bygget op over eksempler i stedet for direkte “aktiomatic” fremstilling. Alligevel formåede foredragsholderen at få forklaret sin teori på klar og spændende måde. Jakob Grove er i besiddelse af materiale om bayesianske netværk, hvis nogen er interesseret.

