



Q.E.D.



Nummer 31

19. december 1996



**Et polyeder, der ikke blev lavet til topologisk
juleklip: 5 tetraedre, der snitter hinanden**

**Stort og småt om Nancy
Mit liv som munk
Topologisk juleklip**



EULERS VENNER

Foreningen af Matematikere - Aarhus Universitet

Institut for Matematiske Fag - Aarhus Universitet - 8000 Aarhus C

Giro: 5 87 58 97 - email: euler@mi.aau.dk - WWW: <http://www.mi.aau.dk/~euler/>

Q.E.D. er det officielle organ for Eulers Venner, Foreningen af matematikere ved Aarhus Universitet. Eulers Venner har til formål at udbrede kendskabet til matematik og matematiske emner, samt at knytte faglige og sociale kontakter mellem matematikere.

Q.E.D. er et blad fra, til, om og med matematikere. Q.E.D. blev navngivet enstemmigt og spontant af den samlede redaktion 19. marts 1991 i 11. time. Det har vist sig, at Q.E.D. (uanset hvad man måtte tro) er en forkortelse for det latinske *Quod Erat Demonstrandum*. Q.E.D. udkom første gang den 21. marts 1991 og har ikke siden været til at standse trods ihærdige forsøg. Q.E.D. udkommer planmæssigt fire gange årligt og distribueres til alle medlemmer via de officielle kanaler. *Kan du ikke få det publiceret andre steder, så prøv Q.E.D.*

Indlæg, forslag og kommentarer af (næsten) enhver art modtages med kyshånd (whatever that means!) af redaktionen.

Q.E.D.

Redaktion:

Flemming Lindblad Johansen (Kontor: A3.16)

Henrik Gadegaard Spalk

Thomas Fangel (Biblioteket, Bord 14)

Lotte Mygind (Boston)

Adresse:

Som Eulers Venner, se under logoet.

Medlemsskab af Eulers Venner:

Henvendelse til kassereren for Eulers Venner, Anders Skov

Trykkested:

Trykkeriet på Institut for Matematiske Fag

Oplag:

120

Deadline for Q.E.D. nummer 32:

Måske aldrig...

Sidste nyt?

Forvilder man sig en dag i december ned i Matematisk Kantine (for eksempel for at få det daglige brød) er der en overvejende stor sandsynlighed for, at man støder ind i grupper af folk, oftest på en ti stykker hver, der sidder i lystigt lag omkring en (eller flere) kasser med velkendte drikkevarer. Man mærker julestemningen brede sig i ens krop, når man ser, at det er Julebryg og X-mas, disse mennesker indtager, og uvægerligt fyldes hovedet med minder fra lignende situationer i forlængst svundne tider. Samtidig går det op for en, at tiden nærmer sig, hvor man blandt meget andet skal spise sin chokoladekalender, aflevere sine obligatoriske opgaver, købe julegaver (Åh nej Berit, det bliver så dyrt!) og sidde sammen med den pukkelryggede familie og spise sig halvt fordærvet i traditionelle juleretter. Der er faktisk så meget, man lige skal nå, at adrenalinen begynder at pumpe rundt i kroppen.

Så er det, vi vender tilbage med et (kort) julenummer for at forsøde den ellers så stressende del af denne juletid. Og med det må vi sige, at der desværre er

en mulighed for, at dette bliver det sidste nummer i dette regi. Der har i det sidste stykke tid været manglende opbakning omkring Eulers Venners arrangementer, man kan nævne studieturen, der ikke blev til noget, kun få opmødte til topologisk juleklip og så videre. Det slår også rod i mængden af stof, vi modtager her på redaktionen. Vi har kun haft stof til to numre, og disse er efter vores mening lige korte nok.

Man stiller så sig selv visse spørgsmål. Er Eulers Venner ved at gå til grunde? Er der overhovedet brug for en forening som denne på institutter? Og hvem vil tage initiativerne til at få vendt denne situation? Disse spørgsmål vil blive taget op på den næste generalforsamling i februar, hvor vi gerne vil høre JERES bud på disse ting. Så beslutter vi derefter, hvad der skal ske. Efter disse dystre fremtidsspekulationer skal der dog her fra redaktionen komme et ønske om en glædelig jul og et godt nytår til alle vores medlemmer.

QED

Nils Byrial Andersen skriver om sit ophold i Frankrig:

Stort og småt om Nancy

Forestil dig kære læser, at... Nej, den indledning er vist blevet brugt for mange gange nu, og desuden synes den at være reserveret til vinderne af Matarlegatet; dog mangler vi tilsyneladende stadig at høre fra adskillige af prismodtagerne! Nå, efter endnu engang at have udtrykt min bitterhed over ikke at være blandt modtagerne, må jeg hellere komme til sagen og fortælle lidt om mit ophold i Nancy og mit indtryk af Nancy, om franskmænd, om mad og vine, lidt om matematik og måske også lidt reklame for sommerskoler!

Lad mig starte med at fortælle hvordan jeg dog er endt i en lille forholdsvis ukendt (dog ikke hvis man har de matematiske briller på, men mere om det senere) by som Nancy. Det er her, sommerskolerne kommer ind i billedet! Som de fleste af de ældre læsere af QED ved, har jeg været på utallige sommerskoler. På nogle af disse mødte jeg et par franskmænd fra Nancy, på et tidspunkt besøger jeg dem i Nancy, også på den baggrund, at den enes vejleder har skrevet en artikel som jeg på daværende tidspunkt forsøgte at generalisere..., en kontakt blev etableret og ved et senere møde på Institut Mittag-Leffler blev et ophold på Institut Elie Cartan i efteråret '96 aftalt! Voila, for nu at være lidt frankofil. Hvad sommerskoler også kan føre til: et længere udlandsophold, eller rettere gode kontakter med folk i det store udland!

Hvad er så Nancy? Jo, det er sådan cirka en by på størrelse med Århus be-

liggende mellem Paris og Strasbourg (med tog tager det cirka tre timer at komme til Paris, ikke med TGV, for sådan nogle hurtigtog findes der endnu ikke i denne del af Frankrig, men de kommer, vist nok). Det er en temmelig gammel by ... Det matematiske institut, eller Institut Elie Cartan, ligger i en forstad til Nancy sammen med resten af det naturvidenskabelige fakultet hørende til Université Henri Poincaré, eller Nancy I. De fleste læsere vil allerede nu nikke genkendende til nogle temmelig kendte matematikere, nemlig Cartan og Poincaré. At instituttet er opkaldt efter Cartan er ikke uden grund, da denne i mange år var i Nancy. Poincaré er oprindeligt fra Nancy, og man møder dette navn overalt i Nancy, tillige med broderens, som en overgang var Præsident i Frankrig. I Frankrig er det absolut ingen skam at være matematiker! Af andre kendte matematikere, som har opholdt sig i Nancy må nævnes Laurant Schwartz, manden bag Schwartz-funktionerne og distributionsteorien, som netop modtog Fieldsmedaljen i 1950 for dette arbejde, mens han var i Nancy.

Det er en udsøgt fornøjelse at vise folk rundt i Nancys gamle centrum og så pludselig vise dem en nydelig gammel bygning, som tydeligvis huser matematiske og fysiske institutter; det står der i hvert fald med store bogstaver... Den opmærksomme læser har naturligvis lugtet luntten –der er noget galt. Matematisk institut ligger jo ikke inde i centrum! Og så i en nydelig gammel bygning... Som

forøvrigt rundt på bygningen reklamerer med de forskellige grene af fysikken og matematikken, som f.eks., analyse (ja, jeg har oversat fra fransk) og geometri, og ligegyldigt hvor lang tid jeg ledte, kunne jeg ikke finde algebra nogen steder (hvilket min besøgende, en hollandsk algebraiker, var temmelig sur over!).

Nej, Institut Elie Cartan er beliggende i en splinterny bygning, ganske flot; måske lidt for moderne til at falde i alles smag, men for en gangs skyld er det ikke placeret i den grimme bygning i miles omkreds. Det er nemlig den bygning, der husede instituttet indtil forrige år! At bygningen er så ny betyder flere fordele, for eksempel er der rigeligt med kontorplads! Professorerne har naturligvis store kontorer, de ph.d.-studerende deler kontor to og to, og til mig er der blevet til en rimeligt stort kontor, helt alene, lyst, nogenlunde tempereret, med en nogenlunde udsigt. Nå, der er også mindst to dårlige ting at sige om kontoret, det ligger ved siden af rummet, der huser en stor og larmende kopimaskine og der er ingen computer derinde! En del bedre end de kontorer, jeg har hørt rædselshistorier om og set i USA! Måske en vægtig grund til at tage til et andet europæisk land i stedet for til USA?

Jamen, er det hele så måske lys og lutter lagkage? Svaret er nej! Som de fleste af os ved, er et af de vigtigste ingridienser, når man forsøger at arbejde med matematik: Kaffe. Ifølge en kendt hollandsk matematiker er en matematiker en maskine, hvor man propper kaffe ind i den ene ende og ud i den anden ende kommer så matematik. Når man ser det på tryk, ser det vist lidt bizart ud! Iøvrigt håber jeg ikke at have stødt nogle te-drikkende læsere... Efter at have opholdt

mig her i et par måneder har jeg indset, hvor god en kaffeordning vi har derhjemme. Når man føler lyst til en kop kaffe, kan man gå ned i staff lounge, skænke sig en kop varm kaffe, måske sætte vand over til en ny kande, men det gør man jo gerne, ikke sandt? Og enten læse lidt i en avis, sludre lidt, eller gå tilbage til arbejdet! Ovenstående er forøvrigt næsten ikke ment ironisk. Her i Nancy er der også en kaffemaskine og en kaffeordning og noget der minder om en staff lounge, så umiddelbart lyder det jo godt nok, men der er bare aldrig noget kaffe klar! Underligt nok måske er der rigeligt med aftagere når først man laver en kop kaffe. Det skal dog siges at det er temmelig underminerende, at der lige ved siden af kaffemaskinen er opstillet et stort monstrum af en kaffeautomat (3F for en kop espresso).

Naturligvis er der andet i livet for en matematiker in spe end kaffe, man skal jo også spise en gang imellem. Som derhjemme spiser man frokost sammen hernede ved toltiden i det lokale "Brasserie Universitaire", som er beliggende et par hundrede meter fra instituttet. Desværre er man nødt til at bevæge sig udenfor for at komme derhen, og Nancy er altså ikke ligefrem placeret ved Cote d'Azur. Udvalget er nogenlunde pænt med masser af forskellige salater, en 4-5 varme hovedretter, der varierer så nogenlunde, og med masser af desserter. Bemærk her, at franskmænd ofte spiser to-tre retter til frokost! Priserne er også nogenlunde; 15-20F for en varm ret, der oftest består af et stykke kød og pommes frites/ris/pasta, eller en eller form for ris eller pastaret. Og så er der stillet vandkarafler frem til fri afbenyttelse. Der er naturligvis også vandhaner

til ligeså fri afbenyttelse. Der er vistnok også en røgfri zone, men da folk generelt er flinke til ikke at ryge i Brassieriet, er det ikke noget problem (men det kommer jeg tilbage til). Og så er køen som regel ikke så lang, hvilket har noget at gøre med, at de mindre bemidlede studerende vist nok spiser i en anden billigere restaurant.

Frokostpauserne har det med at trække ud af flere grunde. Folk kommer som regel ikke på samme tid, og hernede venter man som regel pænt til alle ved

bordet (op til 12 personer) er færdige. Der er gerne temmelig mange retter, og bagefter tager man ofte og gerne en kop frisklavet (og billig, specielt da det ofte er de rigere professorer der giver) espresso i en tilstødende cafe. Her bliver der til gengæld pulset på livet løs! Uden dog at have statistisk materiale til rådighed vil jeg vove den påstand, at franskmændene, og specielt de studerende, ryger en del mere end derhjemme!

Nils Byrial Andersen

Mit liv som munk

Den sandfærdige beretning om, hvordan undertegnede (næsten) gik i kloster i et år.

Sidste år (1995-96) var jeg om ikke i kloster så i hvert fald nabo til et. Klosteret er et gammelt jesuitkloster, og selvom det er nedlagt, så føltes påvirkningen alligevel i den lille landsby La Valenciana lidt udenfor Guanajuato i Mexico.

Guanajuato er en af de ældste byer opført af spanierne i Mexico, og forklaringen er simpel: Solv. Allerde for kolonialiseringen var der en del minedrift i området, og det fik de griske spaniere selvfølgelig hurtigt fært af. Lige før det spanske imperium faldt fra hinanden kom over halvdelen af spaniernes solvproduktion i Den nye Verden fra Guanajuato, nærmere bestemt fra minen i La Valenciana. Nu bruges den kun til turisme, hvilket nærmest kan siges om hele Guanajuato, idet byen er blevet fredet af FN og ligger så klemmt inde i en lille dal, at der ikke er plads til at bygge nyt, hvis ikke man må rive det gamle ned. Denne situation har gjort det helt umuligt at være bilist i Guanajuato på trods af et underjordisk hovedvejsnet. Når dette er sagt, så skal jeg tilføje, at jeg er helt enig i beslutningen om at frede byen: Den er noget af det konneste jeg har set, og det ville være en forbrydelse at 'modernisere' den.

Men det er jo ikke en reklame for byen som turistmål, jeg skal lave, så lad os få en matematisk vinkel på det her. Det bliver nærmest et fugleperspektiv, for på en bjergside oppe over

byen ligger CIMAT, et forskningscenter i matematik, statistik og datalogi, og der skrev jeg speciale sidste år. Arkitektonisk set ligner centeret en af Eschers tegninger: Det ligger som sagt på en stejl bjergskråning, og arkitekten satte sig som mål at alle kontorer skulle have udsigt over dalen. Derfor blev resultatet en række lave bygninger forbundet med trapper og svalegange. Det ville aldrig have fungeret i Danmark, men i Mexicos klima er det ikke noget problem.

Jeg havde på mit specialeår (og har stadig) Philip (Solovej) som vejleder, og vi havde lavet en ret ambitiøs arbejdsplan, inden jeg tog afsted, så der var ikke meget plads til, at jeg kunne følge kurser på stedet. Jeg startede på 2 kurser, men endte med kun at følge et, hvor forelæseren til sidst kun modte op hver tredje gang, men så fik jeg jo øvet mit spanske mens vi sad og drak kaffe og ventede. Selvom jeg ikke fulgte ret mange kurser, og folk derfor ikke kendte mig, så tog de alligevel pænt imod mig, når jeg kom og stillede dumme spørgsmål. Jeg havde den fordel, at jeg officielt var besøgende og derfor havde et godt kontor, som jeg kun delte med en meget arbejdsom belgier. Dette skal ses i forhold til de studerende, der kun med besvær kunne få en plads på et fem-mands kontor. Det gjorde også andre ting lidt nemmere som f.eks. brug af computer og adgang til biblioteket.

Desuden havde jeg plads på instituttets gæsteværelser ikke langt derfra. Dog skal det siges, at jeg uden at have ret dårlig samvittighed, betalte studentertakst i instituttets kantine.

Jeg boede som sagt med det gamle kloster som nabo og med 200 meter til

CIMAT (i La Valenciana er der aldrig langt til noget), og eftersom der ikke er ret meget liv i La Valenciana efter mørkets frembrud - bortset fra de vilde hunde, der vist har det meget sjovt - så var det et meget produktivt år.

Soren Fournais

Side 9-formlen

BEVIS FOR, AT e ER IRRATIONAL VED HJÆLP AF TAYLORS FORMEL

Vi udnytter, at

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (1)$$

og ser, at $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$. Med dette ser man let, at $5/2 < e < 3$.

Antag nu, at p og q er naturlige tal med $e = \frac{p}{q}$. Idet $5/2 < e < 3$ må vi have $q > 2$.

Vi Taylorudvikler nu funktionen (1) om punktet 0 og evaluerer i $x = 1$. Idet $(e^x)' = e^x$, finder vi

$$\frac{p}{q} = e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{q!} + R$$

hvor R er Lagranges restled

$$R = \frac{f^{(q+1)}(\xi)}{(q+1)!} (1-0)^{q+1} = \frac{e^\xi}{(q+1)!}$$

for et $\xi \in (0, 1)$. Specielt er $0 < R < \frac{3}{(q+1)!}$.

Multipliser nu med $q!$ på begge sider i ligningen

$$\frac{p}{q} = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{q!} + R$$

og se, at der står et helt tal på venstre side af lighedstegnet, mens der står et ikke-helt tal på højre side. Dette er en modstrid. $\square$

Topologisk juleklip

Fredag den 13.12. holdt Eulers Venner traditionen tro topologisk juleklip. Arrangementet var i år ikke særligt godt besøgt på trods af de gratis æbleskiver og kantinens velsmagende gløgg (der havde måske været flere hvis der på plakaterne havde stået "gratis gløgg og æbleskiver"). Men dem, der deltog, havde en hyggelig eftermiddag, hvor der, udover de sædvanlige flettede hjerter og stjerner, blev fremstillet avancerede flettede hjerter med motiver i flettet og noget, der bedst beskrives som 6 almindelige flettede stjerner sat sammen til en kube. Og som man nærmest kan forvente til et sådant arrangement, blev der gjort nogen studier over temaet "opklipning af Möbius-bånd lignende papirobjekter". På den måde lykkedes det Anders Skov ud fra et Möbius bånd klistret sammen med en papirring at fremtrylle et kvadrat!

Desuden var der til lejligheden blevet fremstillet klippe-ud-og-klistre-ark med modeller af diverse polyedre, naturligvis de fem platoniske legemer, men også mere avancerede modeller, f.eks. stjernen

fra foreningens logo, som det lykkedes undertegnede at lave i løbet af ca. 2 timer. Desuden var der eksempler på semiregulære polyedre og den mest avancerede model af alle: fem tetraedre der alle snitter hinanden. Denne sidste model var der dog ingen, der gik i gang med. Måske fordi der i instruktionen stod en formaning om at være meget nøjagtig, hvilket nok de fleste erkendte ikke var muligt efter bare 3 glas af kantinens fremragende gløgg!

Til alle dem, der ikke var til stede, bringer vi her en lille smagsprøve i form af en stjerne med 6 spidser eller om man vil: to tetraedre, der snitter hinanden. Så kan man hygge sig i juleferien med at klippe og klistre. Hvis man bliver bidt af det, kan man ved henvendelse til et bestyrelsesmedlem nok få de mere avancerede modeller — eller hvis man mener, der er for lidt udfordring i blot at klistre modellen sammen, kan man jo give sig i kast med at tegne modellerne selv. God arbejdslyst!

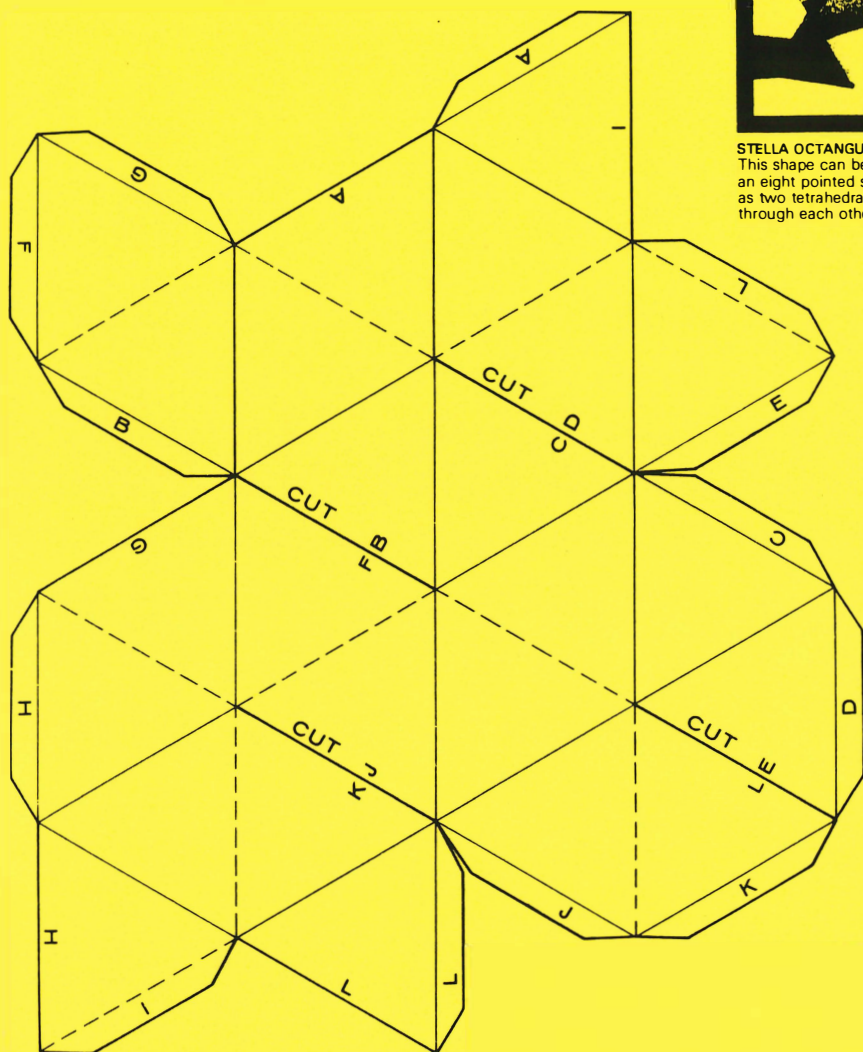
Thomas Fangel

NOTE:
Solid Lines fold towards you
Dotted Lines fold away from
you. Score with an inkless
Biro or use two different
colours.



STELLA OCTANGULA

This shape can be seen as
an eight pointed star — or
as two tetrahedra passing
through each other.



Euler-kalenderen
