



Q.E.D.



Nummer 22

fredag d. 16/12 -1994

“Jeg var slave på Matematisk Institut”



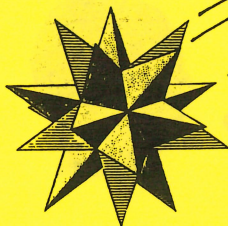
Læs iøvrigt i dette nummer om ...

Wojtek

Rygereglerne

Naturkatastrofer i Utah

Algebra for folket



EULERS VENNER

Foreningen af Matematikere - Aarhus Universitet

Matematisk Institut - Aarhus Universitet

8000 Aarhus C Giro: 5 87 58 97

Q.E.D. er det officielle organ for Eulers Venner, Foreningen af matematikere ved Aarhus Universitet. Eulers Venner har til formål at udbrede kendskabet til matematik og matematiske emner, samt at knytte faglige og sociale kontakter mellem matematikere.

Q.E.D. er et blad fra, til, om og med matematikere. Q.E.D. blev navngivet enstemmigt og spontant af den samlede redaktion 19. marts 1991 i 11. time. Det har vist sig, at Q.E.D. (uanset hvad man måtte tro) er en forkortelse for det latinske *Quod Erat Demonstrandum*. Q.E.D. udkom første gang den 21. marts 1991 og har ikke siden været til at standse trods ihærdige forsøg. Q.E.D. udkommer planmæssigt 6 gange årligt og distribueres til alle medlemmer via de officielle kanaler. *Kan du ikke få det publiceret andre steder, så prøv Q.E.D.*

Indlæg, forslag og kommentarer af (næsten) enhver art modtages med kyskhånd af redaktionen.

Q.E.D.

Redaktion:

Thomas Poulsen (C 2.24)

Lotte Mygind (Kas. 209)

Adresse:

Som Eulers Venner, se under logoet.

Medlemskab af Eulers Venner:

Henvendelse til foreningens kasserer, Morten Brun (kontor A.4.32)

Trykkested:

Matematisk Instituts trykkeri

Oplag:

120

Deadline for Q.E.D. nummer 23:

Engang i februar 1995

Typeset by $\text{\AA}M\text{\AA}S\text{-}T\text{\AA}X$

Leder

Så kom den søde juletid med julefrokoster og julemænd og Qeds julenummer.

Det er med stor juleglæde, at vi erfarer at instituttet har besluttet sig for at følge lovgivningen og holde gangarealerne røgfri. Vi bringer de gældende rygeregler samt et forslag til strammere regler, som vi håber bestyrelsen snart vil vedtage. Det er lidt pinligt, at instituttet ikke har været i stand til på eget initiativ at lave en fornuftig rygepolitik, men bedre sent end aldrig.

Fra denne indflydelsesrige plads, skal der lyde en opfordring til at respektere både de nye skilte og folks ret til frisk luft.

Vi har her i julenummeret et interview med Wojtek om hans karriere og spændende liv. Det har ellers været lidt svært at få folk til at krænge deres privatliv ud i bladets spalter. Om det er beskedenhed eller blufærdighed som gør

flere VIP'er afvisende over for vort tilbud om optagelse i den Gule Bog ved jeg ikke, men den gode forelæser er også et forbillede for sine studerende, og der må være flere på instituttet, som har haft et spændende karriereforløb, end dem vi hidtil har set.

Vi vil også gerne bringe nogle flere faglige ting under uformelle former. Redaktionen lægger selv ud med en forholdsvis elaboreret side 9 formel om et klassisk emne, som fortjener bredere kendskab. Der er sikkert andre som oplever spændende ting, og da vi ikke kan overkomme at "punke" alle, er dette *en generel opfordring til at bruge 2 timer på at delagtiggøre os andre i en lille sjov ting du er støt på i dine studier/ under arbejdet.*

Til sidst til alle jer fra alle os:
GLÆDELIG JUL.

EULERS VENNER I FORÅRSSEMESTRET.

Traditionen tro er der kandidatfest, generalforsamling, gule foredrag, Eulerforedrag og -bowling, bobturnering, fredagsbar og højtideligholdelse af Eulers fødselsdag. Indtil videre ligger det fast, at kandidatfesten bliver fredag den 3. februar, og at generalforsamlingen afholdes onsdag d. 22. februar. Desuden vil den tidligere annoncerede biograftur sandsynligvis blive i slutningen af februar eller i starten af marts, afhængig af filmudbuddet. Vi håber også, at det lykkes at få den arbejdsramte matematiker, Kenneth Hansen, hertil i skolernes vinterferie. Andre foredrag ligger indtil videre på tegnebrættet. Hold øje med opslag. Foreningens medlemmer ønskes en rigtig glædelig jul samt et godt og lykkebringende nytår.

På bestyrelsens vegne

Tina Johansson



Julefrokost 16. december kl 13

Rygeregler

Her er de gældende regler, samt et forslag til stramminger.

Rygereglerne på Institutet har været genstand for diskussion i Matematisk Instituts bestyrelse, specielt på bestyrelsesmøderne d. 1/11 og 6/12. Bestyrelsen vedtog på mødet d. 1/11 at følge Sundhedsministeriets cirkulære af 23. marts 1988, som bl.a. forbyder rygning på gangarealer, toiletter, i elevatorer og i lokaler som udgør arbejdsstedet for mere end én person.

Tilbage er spørgsmålet vedrørende rygning på trapper og repos'er. På mødet d. 6/12 blev der fremlagt et forslag af bl.a. undertegnede, som gik ud på at henvise rygning til trappeopgangene G, H og R, mens rygning ikke tillades i andre trappeopgange. Desuden inddrages læsegrupperummet ved AUD F til "rygning tilladt" område. Det samme sker med området ved filmklubbens kontor på 0. etage. Der må ligeledes ryges i buret, mens rygeforbuddet foreslås fastholdt i

vandrehallen og på alle gange. I kantinen fastholdes bestyrelsens beslutning fra mødet d. 1/11 som tillader rygning i den nederste trediedel af kantinen, mens rygning ikke er tilladt i andre områder.

Bestyrelsen vedtog i første omgang at få sat de 100 bestilte "rygning forbudt"-skilte op og derefter tage sagen op igen, hvis der viser sig et behov for at inddrage de ovennævnte lokaler til rygeområder eller præcisere reglerne yderligere.

I øjeblikket er rygereglerne altså som følger. Rygning er ikke tilladt i vandrehallen, på gange, i undervisningslokaler og i biblioteket. Det er *fx ikke* tilladt at ryge foran opslagstavlerne på D gangen, hverken ved instruktorbokse eller andendels-bokse. Rygning er tilladt på reposer, i trappeopgange og i den nederste trediedel af kantinen.

Jørgen Anders Geertsen

To naturkatastrofer rammer USA

Sagaen fortsætter: Afsnit 003

Det var blevet mandag den 11. juli; vores første skoledag. Iført Fjeldråv henholdsvis Lowe og forventningsfulde smil, begav vi os til Shadow Ridge Hotel.

Vi blev budt velkommen af, hvad vi troede var Gene Hackman, indtil han præsenterede sig som John Morgan, én af folkene bag sommerskolen. Han gennemgik programmet for de kommende tre ugers sommerskole og lavede en glat overgang til en forelæsning om differentialgeometri. Morgan skulle forelæse hver formiddag i de kommende to uger om principale bundter og konnektioner; introduktion til gauge-teori. Morgan skulle vise sig at være en særdeles glimrende forelæser, og vi glædede os allerede til det næste møde med ham.

Hermed troede vi, at standarden var sat, men ak; Bob Friedman skulle hurtigt ændre denne opfattelse. Han var næste forelæser med et, som han selv kaldte det, "absolute pedestrian course" i algebraisk geometri. Nu er amerikanere jo ikke specielt begejstrede for fodgængere og trafikken bestemt ikke indrettet efter dem, og vi blev da også hurtigt kørt ned. Der findes nemlig indenfor algebraisk geometri en mursten påtrykt "Algebraic Geometry" af en vis Hartshorne. Friedman begyndte, hvor Hartshorne slap. Desværre havde kun en lille håndfuld deltagere det fornødne kendskab til om-talte mursten. Uanfægtet heraf tordnede Friedman i analogien ovenfor ud af *Free-way*'en. Ethvert forsøg på at bremse ham blev affejet med at "ellers kommer vi jo aldrig videre" (han sagde det dog på amerikansk) men opfordrede til eventuelt

at "discontinue gracefully". Mange af de i kurset deltagende forskere/forelæsere blev lige som os sat af allerede under Friedmans første forelæsning.

Stemningen var trykket, da vi begav os til frokostbordene. I bedste amerikanerånd var det dog de færreste, der turde indrømme deres afmagt (et par uger senere, da Friedman var rejst, var der til gengæld ingen, der ville indrømme, at de havde fået noget ud af hans forelæsninger).

Til frokosten spiste vi høfligt, hvad vi fik serveret. Det var jo den første dag. Den amerikansk/mexicanske mad bestående af majs, bønner, oksekød og olie (i stigende rækkefølge) lagde sig som en blyakkumulator i maven på os. I 35 graders varme måske ikke lige det, man havde allermest lyst til, men smag og behag er, som én eller anden klog fætter sagde engang, forskellig.

Over middag stod den på Giesecker. En distræt og gemytligt udseende matematiker, der ud over at være en udmærket forelæser talte om stabilitet af vektorbundter, alt imens han kæmpede en ulige kamp mod en genstridig hårtot, der uophørligt og godt hjulpet af tyngdekraften forsøgte at leve sit eget liv foran hans venstre øje.

Dén dag havde vi fri allerede klokken 14.30 (eller 2:30 PM, som det hedder derovre) og vi var efter disse tre forelæsninger $\frac{2}{3}$ optimister. Vi invaderede computerummet ("laboratoriet") for at åbne kontakten til Den Civiliserede Verden; som Morgan udtrykte det: "næst efter

mad er *e-mail* det vigtigste for en matematiker” (her gengivet i oversættelse). Her var der noget, amerikanerne var gode til. Til de blot tre uger, sommerskolen varede, havde man flyttet 35 computere (Mac, NeXT og PC’ere) ud i bjergene; de var opstillet på en dag, og de *virkede!* Ikke på noget tidspunkt var der vrøvl med dem. Alt kørte, som det skulle. For en matematiker fra Århus var det som at få genoplivet sin tro på julemanden.

Klokken 5:00 PM var vi til den officielle velkomst med efterfølgende barbecue i skønne omgivelser. Ved den officielle velkomst fik vi præsenteret de forskellige store kanoner, der stod for arrangementet. Man forklarede endvidere noget om ideen bag sommerskolen: at samle et bredt udsnit af det matematiske spektrum lige fra forskere over *high school teachers* til *undergraduate students*. Så gik vi til *BBQ*, der var ret godt, hvis man kan lide ketchup som hovedingrediensen i sine måltider. Solnedgangen bag bjergene var fantastisk flot.

Så gik vi hjem og satte opvaskemaskinen i gang. Vi var vidner til et mirakel: Tænk at sådan en lille maskine kan lave så meget larm! Med stor ildhu kastede den sig over arbejdet. Det var med nogen uro, vi lod maskinen fortsætte. Da den endelig stoppede, bevidnede vi endnu et mirakel: Hvem skulle have troet, der ville komme ét helt stykke porcelæn ud efter sådan en omgang? Men alt syntes at være i den skønneste orden – og det var endda blevet rent.

Mens maskinen kørte, var al samtale umulig, så vi kastede os over nye intellektuelle udfordringer: tuning af videoen. Efter en omstændig procedure med ømme

fingre som resultat, var vi blevet i stand til at se hele 16 kanaler. Det måtte vi klare os med resten af tiden i Utah.

Vi tog hul på tirsdag med fornyede kræfter. Det faglige program var tilsvarende mandagens. Morgan indgød os stadig mod ved at holde forståelige forelæsninger i passende tempo. Friedman havde fundet ud af, at han skulle skrive noter til sine forelæsninger og havde sat tempoet en anelse ned. Vi gik forhåbningsfulde fra hans forelæsning med en stak udleverede noter. (Egne noter kunne der ikke blive tale om på grund af mandens skrift og tavleorden.) Om eftermiddagen hyggede Giesecker igen om os og de stabile bundter.

Senere gik vi hjem og gik i kast med Friedmans noter. Det første, vi fandt ud af, var, at de var skrevet i TeX. Det næste var, at vi dét til trods ikke kunne læse dem. Det var dén dag, vi tog beslutningen om, at enten ville vi gå ud i bjergene og fare vild, eller også ville vi gå på biblioteket for at forbedre vores forudsætninger for at forstå “Grumme Bob”.

Om aftenen gik vi ud i bjergene. Ikke for at fare vild, men for at nyde solnedgangen. Vi fik fyret en del billeder af på dén konto.

Således begyndte de to matematikeres sommerskole i Utah. Læs videre i næste nummer om, hvordan den fortsatte. Læs om de vilde dyr, hvis talmæssige overlegenhed forpurrede matematikernes forsøg på at dyppe tæerne i The Great Salt Lake. Læs om eldsdyr, mormoner og et hul i jorden.

Jakob Grove
Flemming Lindblad Johansen

Læseropgave

Fra Matematik OL via Nordmat til Mat 10 øvelser og nu i Qed:

For hvilke $m, n \in \mathbb{N}$ gælder

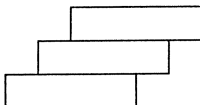
$$\frac{n^3 + 1}{mn - 1} \in \mathbb{N} ?$$

Ebbes Julenødder

1. Lad P være et polynomium med heltalskoefficienter. Bevis, at der ikke findes forskellige hele tal a, b, c så $P(a) = b$, $P(b) = c$, $P(c) = a$.
2. Lad $T \subseteq \mathbb{N}$ være mængden af hele tal, hvis opskrivning i titalssystemet ikke indeholder nogle nuller. Overvej konvergens af

$$\sum_{n \in T} \frac{1}{n}$$

3.
 - a) Vis, at en vilkårlig trekant kan fremkomme som billedet af en ligesidet trekant ved projektion.
 - b) Vis, at en vilkårlig trekant kan projiceres på en passende plan, således at billedet bliver ligesidet.
4. Du har n ens og perfekte 2 dm lange mursen, som du stabler oven på hinanden som antydnet på tegningen. Hvor langt kan du få den øverste til at rage ud over den nederste, uden stablen vælter?



Side 9 formlen

Additive funktioner er enten lineære eller så vilde at deres graf er tæt

Ved en additiv funktion f vil vi forstå en funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ som opfylder

$$(*) \quad f(x+y) = f(x) + f(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{N}.$$

Vi skal se at additive funktioner enten er lineære eller helt vilde.

Lad f være additiv. Så gælder

$$1) \quad f(0) = 0.$$

$$\text{Thi } f(0) = f(0+0) = f(0) + f(0) \Rightarrow f(0) = 0$$

$$2) \quad f(-x) = -f(x).$$

$$\text{Thi } 0 = f(0) = f(x-x) = f(x) + f(-x) \Rightarrow f(-x) = -f(x)$$

$$3) \quad f\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{p}{q}f(1), \quad p, q \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Thi } f\left(\frac{p}{q}\right) = f\left(\frac{1}{q} + \dots + \frac{1}{q}\right) = f\left(\frac{1}{q}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{q}\right) = pf\left(\frac{1}{q}\right),$$

$$qf\left(\frac{1}{q}\right) = f\left(\frac{1}{q}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{q}\right) = f\left(\frac{1}{q} + \dots + \frac{1}{q}\right) = f\left(\frac{q}{q}\right) = f(1) \Rightarrow f\left(\frac{1}{q}\right) = \frac{1}{q}f(1).$$

$$\text{Så } f\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{p}{q}f(1).$$

Vi ser altså at, er f en additiv funktion gælder $f(x) = xf(1) \quad \forall x \in \mathbb{Q}$. Så søger vi efter kontinuerte løsninger til funktionalligningen $(*)$ finder vi kun de lineære funktioner.

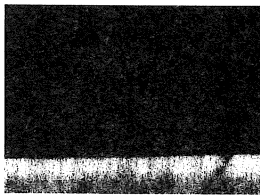
Vi vil nu vise at hvis der findes additive funktioner, som ikke er overalt kontinuerte, har de graf tæt i $\mathbb{R}^2$!

Antag at f er en additiv funktion, men f er ikke en lineær funktion. Betragt grafen for $f : \Gamma_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = f(x)\} \subseteq \mathbb{R}^2$. For $u, v \in \Gamma_f$ må $\text{span}_{\mathbb{Q}}(u, v) \subseteq \Gamma_f$. Thi er $r, s \in \mathbb{Q}$, $u = (x, f(x))$, $v = (y, f(y))$ gælder

$$\begin{aligned} ru + sv &= r(x, f(x)) + s(y, f(y)) = (rx + sy, rf(x) + sf(y)) = \\ &= (rx + sy, f(rx + sy)) = (rx + sy, f(rx + sy)) \in \Gamma_f. \end{aligned}$$

Betragt nu $v_1 = (1, f(1)) \in \Gamma_f$. Er f ikke en lineær funktion findes $v_2 = (x, f(x)) \in \Gamma_f$ så v_1 og v_2 er linært uafhængige. Thi $\alpha v_1 + \beta v_2 = 0 \Rightarrow f(x) = xf(1)$.

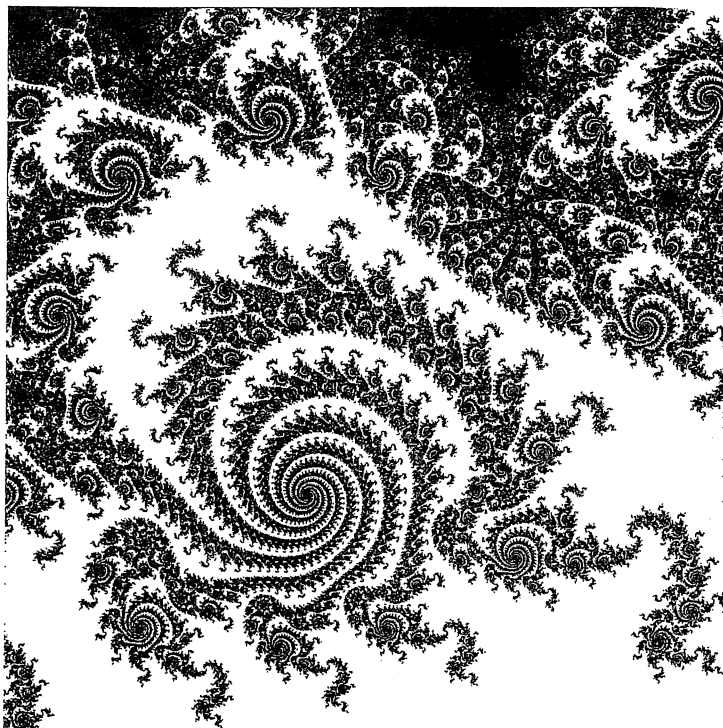
Vi har altså $\text{span}_{\mathbb{Q}}(v_1, v_2) \subseteq \Gamma_f$. Da v_1 og v_2 er linært uafhængige er $\text{span}_{\mathbb{R}}(v_1, v_2) = \mathbb{R}^2$ og da $\mathbb{Q}$ er tæt i $\mathbb{R}$ er $\text{span}_{\mathbb{Q}}(v_1, v_2)$ tæt i $\mathbb{R}^2$.



Et udsnit af grafen for f

At sådanne ikke-linjære additive funktioner eksisterer, blev vist af Hamel i 1905 v.h.a. en basis for $\mathbb{R}$ over $\mathbb{Q}$. En sådan findes i kraft af udvalgsaksiomet. Vi skitserer "konstruktionen". Lad $\mathbb{R}^*$ være en velordning af $\mathbb{R}$. En basis B for $\mathbb{R}$ over $\mathbb{Q}$ beskrives ved at $x \in B \Leftrightarrow x \notin \text{span}_{\mathbb{Q}}\{x' \in \mathbb{R}^* | x' < x \text{ i } \mathbb{R}^*\}$, hvor span betyder endelige linearkombinationer. Vi kan nu definere en additiv funktion ved at ansætte funktionsværdierne vilkårligt på basen og lade den være lineær over $\mathbb{Q}$. Thi at B er en basis for $\mathbb{R}$ over $\mathbb{Q}$ betyder at ethvert $x \in \mathbb{R}$ entydigt kan skrives som $x = q_1x_1 + \dots + q_nx_n$ hvor $q_i \in \mathbb{Q}$, $x_i \in B$ for $i = 1, \dots, n$, og vi får så $f(x) = q_1f(x_1) + \dots + q_nf(x_n)$

tp



Et liv på polsk

Et interview med Wojtek Slowikowski

Wojtek Slowikowski blev født 23.09.32 i Warszawa. Da han får spørgsmålet:

“Hvornår fattede du først interesse for matematik?” — tænker han sig om et øjeblik, før han svarer.

“Det var tidligt. Min bedstefar var civilingeniør. Han var egentlig ikke særlig matematisk, mere teknisk, men han havde bøger. Jeg læste — de var på tysk — om integraler osv. Jeg forstod ikke en pind, men det var spændende”.

Det var i 15–16 års alderen, Wojtek begyndte at kigge i de tyske bøger. Samtidig fortalte bedstefadern ham om cosinus og sinus, og den unge Wojtek blev meget fascineret. Ikke destomindre startede han på et fysik-studium på Warszawa Universitet. På det tidspunkt var han kun 17 år, idet han havde brugt et år mindre på sin studentereksamen end normalt.

På fysik-studiet havde man kun den mest nødvendige matematik. Wojtek fortæller:

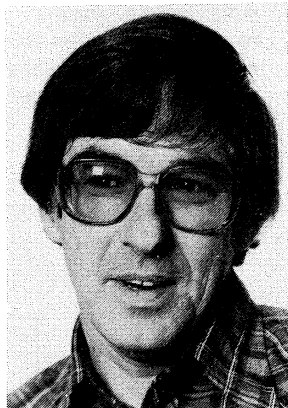
“Det var spændende — det de talte om — men metoden var for upræcis. Jeg blev mere fascineret af formalismen bag.”

Allerede på andet år blev Wojtek instruktør — og det i matematik! Det var i løbet af det år, han besluttede sig for, at han skulle være matematiker.

Warsawa Universitet var et meget spændende sted i starten af 50'erne. Mange af lærerne var Banach's elever (Stefan Banach, polsk matematiker, 1892–1945), og analyse-delen var dermed meget stærkt udrustet og havde en særlig god atmosfære. Wojtek tog dog et lille

sidespring til topologi, før han valgte analyse:

“Fordi man ikke havde kontakt til de udenlandske universiteter under krigen, havde topologi-delen ikke fulgt udviklingen. Det var 30'er-matematik, de lavede. Så man kunne ikke lære noget der”.



Efter at have taget sin kandidatgrad i '54, læste Wojtek videre som licentiat-studerende. Han blev færdig i 1958. Herpå fulgte 2 år i USA:

“Jeg var i Wisconsin — som lektor — i et år. Dengang var der mange penge i matematik. Så rejste jeg til Princeton. Der var et top-matematisk miljø. Det var spændende at møde de store kanoner og se, hvordan de arbejdede. Dengang var der ikke så mange store. Jeg følte mig stadig meget grøn”.

Efter et år som forsker på Princeton, rejste Wojtek tilbage til Warszawa og tog en såkaldt “habilitation” (svarer til

en dansk doktorgrad). Derefter blev han ansat først som adjunkt og senere som docent på Polens Videnskabelige Akademi, Matematisk Institut. Om denne stilling fortæller Wojtek:

“Det var kun forskning, ingen undervisning. Det er bedre med forelæsninger. Så får man kontakt med de studerende”.

Det første besøg i Danmark var i '66:

“En dag kom en kollega og sagde, at man kunne rejse til Århus. Svend Bundgård — det var jo ham, der var primus motor dengang — inviterede forskere fra Polen. Det var et meget lille institut, men der var en meget god stemning — der var (tænkepause): Ebbe Thue Poulsen, Palle Schmidt, Lars Mejlbo og Leif Kristensen — og Niels Ventel-Petersen, som rejste til Aalborg”.

Wojtek besøgte jævnligt Danmark i

de følgende år, og i '68 blev han dansk gift. Institutet havde brug for folk, så Wojtek fik uden problemer lov at blive.

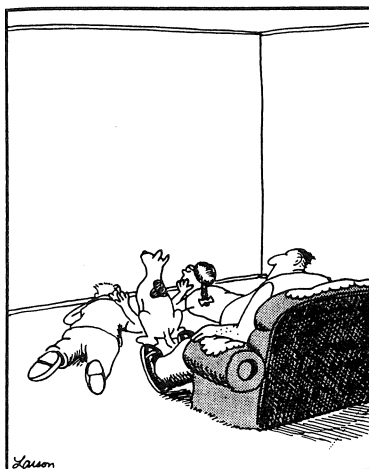
Det danske sprog blev en stor udfordring:

“Folk begyndte at undre sig over, at polsk kan ligne så meget dansk, når jeg snakker”.

Om sit forhold til matematik, fortæller Wojtek:

“Matematikken har altid været en del af min filosofi. Matematik er en mentalitet. Man prøver at forstå ting ud fra et matematisk synspunkt”.

“Matematikken er ikke et lukket system: matematikkens metode gør det muligt at præcisere ting, der ellers er uforståelige — matematikken gør tingene klarere”.



Før fjernsynets opfindelse

Jeg var slave på Matematisk Institut

Jesper Funch og Jørgen Anders fik en dag med en ung gymnasiepige for kun 200 kr. Vi bringer hendes indtryk af instituttet.

Torsdag den 10. november skulle jeg møde op på Matematisk Institut kl. 10.00, fordi jeg skulle være dagsværker. Det første problem, som opstod, var, hvor i alverden ligger Matematisk Institut? Jeg vandrede op og ned af Ny Munkegade i et kvarter uden at finde det. Der stod ikke Matematisk Institut noget sted - det viste sig så ved Universitet - og det var der ingen, der havde fortalt mig - typisk!

Da jeg endelig havde fundet frem til bygningen, skulle jeg op af flere trapper (18 trin - Red.) for at finde Informations- og hentedes mig (30 sek. - Red.), og for at det ikke skulle være løgn, skulle vi op på fjerde sal - det er bare udmattende at være dagsværker! Kunne I ikke få lavet nogle flere elevatorer, så får man ikke så ondt i benene!

Mit job var at tage noter i Jespers og Jørgen Anders' timer og hente kaffe til dem. Det med at hente kaffe til dem var let nok, hvis man bare kunne finde rundt. Helt ærligt, hvem kan finde rundt her på Universitetet, ikke mig!

Så var der det med notatskrivningen, det er heller ikke så svært, hvis man bare kunne læse lærernes kragetær. Og det

kan man bare ikke, så man må gætte eller digte sig til, hvad der står. Hvis jeg skulle komme med et rigtig godt forslag, så skulle lærerne på et skrivekursus, så de kunne lære at skrive læseligt.

Vil I ikke også give mig ret i, at de trænger til nyt tøj? Desuden har de en underlig form for humor. Jeg kan i hvert fald ikke se det morsomme i de der matematiske formler.

Selve Universitetet er meget pænt, men det er svært at finde rundt med alle de trapper og gange. Der er også mange flere studerende end på Aarhus Katedral-skole.

Det har både været sjovt og anstrengende at være dagsværker her på Aarhus Universitet. Sjovt, fordi det er meget anderledes end på gymnasiet. Og anstrengende, fordi jeg har skrevet side op og side ned med noget, jeg ikke kender noget til. Jeg har aldrig skrevet så meget før, så jeg har fået skrivekrampe - så nu kan jeg ikke skrive mere.

En ting, jeg er skuffet over, er at kronprinsen ikke var her på Universitetet. Jeg ville ellers gerne have mødt ham, men det må jeg så vente med.

Lise.

Algebra for folket

Birger Iversen er blandt forfatterne i første bind af Den Store Danske Encyklopædi

► **algebra**, (lat., af arab. *al-jabr* 'genførelsen'), *bogstavregning*, en gren af matematikken. De primære begreber i bogstavregning er addition og multiplikation: Med udgangspunkt i to tal a og b kan vi danne to nye tal, summen $a+b$ og produktet $a \cdot b$. De sekundære operationer er differensen $b-a$, der er løsningen til ligningen $a+x=b$, og brøken b/a , der er løsningen til ligningen $x \cdot a = b$ ($a \neq 0$). Reglerne for manipulation med disse symboler udgør den elementære algebra. Den praktiske udførelse af disse operationer kaldes *regning*.

Algebra adskiller sig fra regning ved at være forsynet med et sprog, i hvilket vi kan operere med tal uden at kende deres præcise værdi. Herved sættes vi ofte i stand til at nedskrive en eller flere ligninger, hvis løsning fører til bestemmelse af et søgt tal.

Udviklingen fra *elementær algebra* til *abstrakt algebra* eller *moderne algebra* hænger sammen med talbegrebets udvikling: fra hele tal, rationale tal, reelle tal til komplekse tal, kvaternioner og p -adiske tal. Abstrakt algebra har udviklet sig i lyset af, at det har vist sig principielt umuligt at konstruere et talbegreb, der er tilstrækkeligt omfattende.

I abstrakt algebra beskæftiger man sig med kompositionsregler, dvs. operationer, der ud fra to elementer m og n af en given art konstruerer et nyt element $m \cdot n$ af samme art (se ► *algebraisk struktur*). Disse operationer vil være underlagt regler analoge til dem, vi kender fra sædvanlig addition eller multiplikation, mens naturen af de elementer, vi komponerer, er ube-

stemt. En væsentlig grund til dette er, at de manipulerede objekter kan være så komplicerede, at det er nødvendigt at frigøre sig fra irrelevante egenskaber for at skabe overblik og dermed mulighed for analogi.

Et grundtema i algebra er repræsentationen af et algebraisk system som operatorer på forskellige geometriske systemer. Et simpelt og velkendt eksempel er operationen af de sædvanlige hele tal på et matadorbræt: et tal n og en position r (rød bil) komponeres til en ny position $n * r$ (r flyttes n pladser frem). Denne operation opfylder

$$(n+m)*r = m*(n*r),$$

en velkendt erfaring gjort af enhver, der har spillet matador med to terninger. Se også ► *repræsentationsteori*.

I algebra som i al anden matematik er der en dualitet mellem den generelle teori og konkrete, enestående objekter. Dette kan bedst udtrykkes ved analogi med geometri, der på den ene side indeholder generelle regler, fx den pythagoræiske læresætning, og på den anden side fx de fem regulære polyedre: tetraeder, hexaeder, oktaeder, dodekaeder og ikosaeder.

Undertiden kan sådanne sjældne eller enestående objekter i algebra beskrive objekter fra den fysiske virkelighed: Symmetrierne af en fysisk krystal kan sammensættes, hvorved der opstår en gruppe. Det er et resultat fra algebraen, at der findes i alt 219 sådanne krystallografiske grupper, hvilket på den anden side er det samme som antallet af fysiske krystalformer. Dette er bemærkelsesværdigt i lyset af, at algebraen ikke indeholder nogen form for antagelse om naturens orden. Lignende eksempler kan findes i kemi, atomfysik og kvantemekanik.

Algebra anvendes i alle grene af geometri, specielt ► algebraisk geometri og algebraisk topologi; man kan karakterisere algebra som *geometriens bogholder*.

Algebraens *formsprog* er en direkte forudsætning for edb, der på den anden side selv har stimuleret udviklingen af nyere grene af algebra, såsom kodningsteori og kryptografi.

Algebraens historie. Den tidlige algebras historie kan ikke skilles fra matematikkens historie i øvrigt. Således vandrede algebraen fra Babylonien til antikkens Grækenland, hvorfra vi kender *Euklids Elementer* fra ca. 300 f.Kr. og *Arithmetica* af Diofant fra ca. 200 e.Kr.

I takt med udbredelsen af en islamisk kultur flyttedes algebraens tyngdepunkt til den arabiske verden. Ordet algebra (*al-jabr*) er således afledt af udtrykket *al-jabr wa-al-muqabala*, som forekommer i titlen på den første arabiske bog om algebra skrevet af al-Khwarizmi i Baghdad ca. 825 e.Kr.

I de følgende århundreder bredte algebraen sig til Italien, bl.a. gennem L. Fibonaccis *Liber abaci* fra 1202. I italiensk renaissance kulminerede algebraen med Cardanos formel (*Ars magna* 1545) for løsninger til en tredje-gradsligning samt med metoder til at finde løsninger til en fjerdegradsligning. Problemet med at finde løsnin-

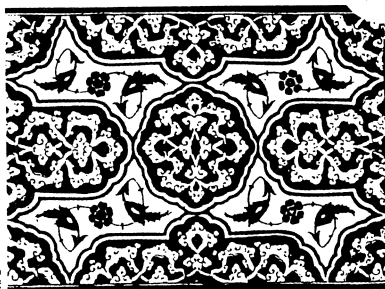
ger til en femtegradsligning forblev åbent indtil fremkomsten af *gruppeteorien*. E. Galois og N.H. Abel gav teorien for algebraiske ligninger med én variabel en form, der er meget tæt på den, vi har i dag.

Moderne algebraisk talteori blev skabt af P. de Fermat, L. Euler, J.L. Lagrange og A.M. Legendre. Fermat var den første til at overskride niveauet sat i Diofants *Arithmetica*; disse fire matematikere opstillede de problemer, der skulle danne kernen i moderne algebraisk talteori, som den udviklede sig i det følgende århundrede fra C.F. Gauss over P.G.L. Dirichlet og L. Kronecker til J.W.R. Dedekind. Udviklingen af fysikkens vektorbegreb har været en hovedkilde til den *lineære algebra*; denne fik i 1844 et vigtigt manifest i H.G. Grassmanns *Die lineale Ausdehnungslehre*, som indeholdt en definition på et abstrakt vektorrum samt en konstruktion af den „ydre“ algebra. Vigtige eksempler på ikke-kommutativ multiplikation blev opdaget af W.R. Hamilton (1843), A. Cayley (1845) og W.K. Clifford (1878).

I 1800-t. gennemgik geometrien en revolutionerende udvikling, der medførte en mængde publikationer om algebra. Århundredet sluttede med omfattende algebraiske landvindinger ved F. Klein, H. Poincaré og M.S. Lie. Da år 1900 rundedes, var den moderne algebra født.

Bilv

algebra



Algebra. Et eksempel på en abstrakt gruppe, illustreret ved et maurisk tapet, hvor der tillades forskellige former for symmetri: parallelforskydning, rotation, spejling og glide-spejling. Symmetrierne af tapetet danner en såkaldt tapetgruppe. Det vides, at antallet af sådanne tapetgrupper er 17, hvilket er i overensstemmelse med et empirisk resultat fra maurisk billedkunst.

Gymnasiet

Hvad kræves reelt og formelt af en vordende gymnasielærer?

Studievejlederne skrev i MADS FØK af 22. september 1994 angående kursene "Aspekter af matematikkens historie og filosofi" og "Matematiske modeller" under hhv. Institut for Eksakte Videnskabers Historie og Matematisk Institut: "For at erhverve undervisningskompetence, er disse eller lignende kurser nødvendige, også selv om man har en Naturvidenskabelig eksamen."

Undrende ser man i Studieordningen 1994 og beroliges: "En cand. scient. uddannelse med hovedfag i matematik eller datalogi giver undervisningskompetence i det pågældende fag." Hvad så med Skolematematik? Jo videre, "Bifag i matematik eller datalogi giver i tilslutning til en kandidat uddannelse undervisningskompetence i det respektive fag. Dog skal bifaget i matematik indeholde eller suppleres med C-modulet *Skolematematik*, såfremt hovedfaget ligger udenfor naturvidenskab."

Såvidt de formelle krav i Studieordningen. Men hvad vurderer fagkonsulenterne er nødvendige forudsætninger for at bestride undervisning på gymnasieniveau. Vi citerer NORMALFORUDSÆTNINGER I MATEMATIK for opnåelse af faglig kompetence til undervisning i gymnasiet og på hf (udkast 7/8 1992):

"Uddannelsens faglige indhold.

Med udgangspunkt i de gældende bekendtgørelser for gymnasiet og hf skal det faglige indhold i en matematikuddannelse, der skal give faglig kompetence til undervisning i gymnasiet/hf, mindst omfatte fagområderne

- talteori
- algebra, herunder specielt lineær algebra
- geometri
- matematisk analyse, herunder teorien for vektorfunktioner af flere variable
- kompleks funktionsteori
- sandsynlighedsregning
- statistik
- historisk matematik (dvs. matematikkens historie (*red*))
- sædvanlige og partielle differentialligninger
- datalogi/numerisk analyse/diskret matematik
- matematikkens anvendelser og matematisk modellering.

Arbejdet med ovennævnet fagområder skal foregå på et videnskabeligt grundlag, og kandidaten skal i kraft af sin uddannelse have opnået en sådan faglig indsigt, at han/hun er i stand til på kvalificeret måde selv at sætte sig ind i nye emneområder."

Læser service

Den ivrige redaktion har gjort QED mere brugervenlig.

Vi har lavet en skabelon, som kan bruges, når man vil skrive indlæg.

Proceduren er simpel. Skriv publisher, vælg copy. Skriv øverst navnet på dit indlæg, nedenunder skrives

~euler/Qed/qed. Overskriften skrives mellem "overskrift-tag"ene og teksten mellem "tekst-tag"ene. Hvert afsnit indledes med en "¶".

Efter endt arbejde sendes indlægget til redaktionen: Skriv pubmail *filnavn*, og svar euler, når den spørger.

document

body

chapter Overskrift Overskrift

QedSubhead

D

¶

a

QedSubhead

Tekst

¶

¶

¶

Tekst

chapter

body

document

Hun, han og computeren

*Dansk forsker kommer med
opsigtsvækkende påstande om drenge og
pigers anlæg i ny bog*

Af Pia Grünbaum

Har det noget med hormoner at gøre, når de fleste computerbrugere i dag er mænd? Noget kunne tyde på det. I hvert fald er matematisk begavelse hormonalt bestemt, hævder den danske forsker Helmuth Nyborg, som er professor i udviklingspsykologi ved Århus Universitet. I sidste uge udkom i USA hans opsigtsvækkende bog, 'Hormones, Sex and Society - The Science of Physiology'. Heri kan man læse, hvordan både hormoner og forskellige miljøfaktorer - såsom hvad vi spiser og drikker - alle er med til at påvirke vor intelligens og adfærd. Computer har spurgt Helmuth Nyborg, hvad menneskers forskellige interesse for teknologi kan have at gøre med vore hormoner:

- Allerede fra fødslen af er drenge mere interesserede i ting og blinkende lamper, hvorimod pigerne interesserer sig mere for personer. Det er sandsynligt, at kombinationen af matematisk begavelse, interesse for 'blinkede lamper' samt per-

sonlighedsfaktorer tilsammen i højere grad disponerer drenge for at bruge computere. Og at pigernes interesse for personer og private relationer måske tilsvarende disponerer dem mindre for denne beskæftigelse.

Hormoner

*Hvordan er piger og drenge
hjerner forskellige? Er det
ene køn for eksempel bedre
til matematik end det andet?*

- I stedet for at tale om, hvor vidt drenge og pigers hjerner er forskellige, bør man hellere spørge, hvilke piger og hvilke drenge taler vi om? Eller rettere, hvor meget kønshormonen har en person på et bestemt tidspunkt i sin udvikling? Hvilken østro- eller androtype er vedkommende? Det ville give et langt mere nuanceret og realistisk billede af situationen end blot at se på, om der er forskel på drenge og pigers gennemsnitlige kunden på forskellige områder,

- Drenge og piger har generelt et forskelligt mønster, når det gælder sprog og matematik, men de modnes hver for sig vidt forskelligt. Og selv om vi genetisk set fødes som enten piger eller drenge, afhænger det af vo-

re hormoner, om det er drenge eller pige programmet, der afspilles. Og det kan betyde, at det enkelte menneske intelligensmæssigt bevæger sig på tværs af sit genetiske køn.

Puberteten

Professor Nyborg har i tyve år undersøgt og behandlet piger, der havde alt for lidt østrogen og fortæller herom:

– Karakterisk for piger med meget lav østrogen, er blandt andet, at de ikke går i pubertet, og at de har meget svært ved matematik. Mange af disse piger bliver behandlet med østrogen, hvilket accelererer deres kønsudvikling og bevirker at de klarer sig bedre i matematik.

Omvendt har piger med en meget høj forekomst af østrogen også meget svært ved matematikken, og dette viser sig som regel omkring puberteten. De piger, som producerer rigtig meget østrogen i puberteten går faktisk tilbage og bliver dårligere til matematik, end de var før puberteten.

Men der er også piger, som har et forholdsvis lavt indhold af østrogen og et forhøjet indhold af androgen, altså mandlige hormoner. Disse piger er mere androgynе og de klarer sig ofte godt i matematik.

Feminiserede drenge

– Vender vi blikket mod drengene, så ser vi det samme mønster, men med omvendt fortegn. En dreng, der producerer store mængder af androgen omkring puberteten, han går også tilbage i matematik. Men har en dreng blot et noget lavere indhold af androgen end gennemsnittet af drenge, kan østrogen få lov at spille en større rolle. Det resulterer så i lidt feminiserede androgynе drenge, og disse drenge klarer sig også langt bedre i matematik end andre drenge.

Når drenge har væsentligt mere androgen eller ekstremt lidt androgen, så får de ofte indlæringsproblemer. Og for matematikken er der et optimalt område: For meget eller for lidt af et enkelt hormon er ikke af det gode. Når kønnene hormonalt set mødes, ser de også ud til at ligne hinanden forstandsmæssigt mest.

Idag straffes piger, der ikke er som piger er flest. Det samme gælder drengene, der bliver bøffet, når de ikke har de samme interesser som de fleste drenge. Men især kvinderne er en truet art. For enten anklages de for at være stereotypt feminine og mange vil gerne have, at de går ind i utraditionelle interesseområder og

begynder at konkurrere med drengene. Eller også anklages piger for at være for maskuline i deres fremfærd. Her er det hormonelle synspunkt langt mere varieret og fri for fordømmelse. I stedet opfatter man det enkelte menneske på sine egne hormonelle præmisser.

Blandingskøn

– Fra at betragte mænd og kvinder som to absolutte modsætninger bliver kønnet her en kontinuert størrelse. For virkeligheden er, at man kan være mere eller mindre mand eller kvinde. Og her ser det ud til at være en fordel ikke at ligge for langt ude på en af ekstremerne. Intelligensmæssigt er det ganske enkelt bedst at være lidt af hvert.

Der er brug for en fordomsløs diskussion om disse forhold, som det i dag absolut er ikke god tone at gøre opmærksom på. At sige hormoner giver køsforskelle i intelligens, betragtes i dag som udtryk for en hormonal- biologisk reduktionisme, og den forenkling gaver bestemt ikke synet på det enkelte menneske. Vi presser hinanden ind i stereotype kønsroller, som er ved at kvæle os alle. Med mindre man lige er så heldig at tilhøre flertallet. Hvis det da kan kaldes heldigt, slutter Helmuth Nyborg.

