



Q.E.D.



Nummer 9 10. november 1992





EULERS VENNER

Foreningen af Matematikere - Aarhus Universitet

Matematisk Institut - Aarhus Universitet

8000 Aarhus C

Giv: 5 87 58 97

Q.E.D. er det officielle organ for Eulers Venner, Foreningen af Matematikere ved Aarhus Universitet. Eulers Venner har til formål at udbrede kendskabet til matematik og matematiske emner, og at knytte faglige og sociale kontakter mellem matematikere.

Q.E.D. er et blad fra, til, om og med matematikere. Q.E.D. blev navngivet enstemmigt & spontant af den samlede redaktion 19/3 1991 i 11. time. Q.E.D. er ikke, som man kunne tro, navnet på et opvaskemiddel, men derimod en forkortelse for det latinske *Quod Erat Demonstrandum*. Q.E.D. udkom første gang 21/3 1991, og har ikke siden været til at standse, trods ihærdige forsøg. Q.E.D. udkommer planmæssigt 6 gange årligt, og distribueres til alle medlemmer via de officielle kanaler. Produktforbedring har gjort Q.E.D. mere økonomisk i brug.

Indlæg, forslag og kommentarer af (næsten) enhver art modtages med kyshånd af redaktionen.

Q.E.D.

Redaktion:

Gorm Salomonsen (kontor B.4.29)

Bernd Rühlicke (kontor A.3.16)

Henrik Just (kontor A.3.16)

Adresse:

Redaktionen kan kontaktes på de nævnte kontorer, og iøvrigt via Eulers Venner – se adressen under logoet.

Medlemsskab af Eulers Venner:

Henvendelse til foreningens kasserer, Jacob S. Møller (kontor A.3.16)

Trykkested:

Matematisk Instituts trykkeri

Oplag:

150

Deadline for Q.E.D. nummer 10:

Tirsdag d. 8. december 1992

Leder.

(Af Gorm Salomonsen)

Det er en fornøjelse at kunne præsentere et ordinært nummer af Q.E.D. igen. Som bekendt har Eulers Venner været travlt beskæftigede med studieturen til St. Petersburg her i efteråret — så travlt at vi ved et uheld kom til at udgive forrige nummer af Q.E.D. på engelsk. Nu, hvor dette arrangement er vel overstået, er vi så parat til at vende tilbage til den (efter danske forhold) barske virkelighed. Men først vil jeg gerne bruge lejligheden til at sige tak til de russiske deltagere i udvekslingsturen for en glimrende modtagelse i Rusland. Det har gjort studieturen til noget helt specielt at have venner på stedet til at vise os rundt i byen, og studieturen ville aldrig være blevet det samme, hvis vi blot var taget derover alene. Jeg er sikker på at såvel de danske som de russiske deltagere har haft stort udbytte af turen, ikke mindst socialt.

Siden sidst er der sket det lykkelige, at det er lykkedes for Jørgen Tornehave og Marcel Bökstedt at løse den sidste læseropgave. Vi bringer løsningen, der er inspireret af deres løsning på en lignende opgave fra matematikolympiaden i Moskva 1992, og stiller selvfølgelig en ny. De heldige vindere vil blive premieret med en flaske rødvin i fredagsbaren.

Med hensyn til studieturen til næste år, kan jeg meddele at det stadig er muligt for alle Eulers Venner at få indflydelse på hvor turen går hen. Foreløbigt er der indkommet forslag om Norge (Oslo), Sverige (Göteborg), Tyskland (f.x. Kiel eller Berlin), Japan samt USA; men der er stadig mulighed for at komme med forslag. Turen til St. Petersburg er den største hidtil i Eulers Venners regi, og ambitionsniveauet for næste år er umiddelbart lavere. Hvis der imidlertid er nogen, der vil være med til at arrangere en mere krævende tur, kan det på ingen måde afvises, at vi kan få den op at stå. Alle, der er interesserede i at være med til at arrangere næste års studietur, kan man henvende sig til et bestyrelsesmedlem i Eulers Venner. Er man blot interesseret i at deltage, kommer der opslag om tilmelding, når bestemmelsesstedet er fastlagt, og vi har et overslag over prisen.

Dette nummer af Q.E.D. er omdelt til alle andendelsstuderende på matematik i anledning af det store antal ny andendelsstuderende i år. Vil man fortsætte med at abonnere på bladet, er abonnementet gratis, hvis man er en af Eulers Venner. Indmeldelse kan ske mod et symbolsk beløb hos Jacob Schach Møller på kontor A.3.16, eller ved hjælp af et af girokortene på opslagstavlen i Staff Lounge. Ønsker man at blive et mere aktivt medlem, bliver der snart ledige poster i Q.E.D's redaktion, i Fredagsbaren og som sagt i studietursudvalget.

Q.E.D.

Nyt fra bestyrelsen

Ud- og indskiftninger

Siden sidste nummer af Q.E.D. kom på gaden, dvs. for efterhånden længe siden har 3 medlemmer af bestyrelsen måttet trække sig tilbage: Anita Rohde blev færdig, Henrik Vosegaard tog til Hawaii, og Bernd Rühlicke havde ikke længere tid. Vi benytter lejligheden til at sige tak for deres store indsats for foreningen, og samtidig gøre de nye generationer opmærksom på, at nu er det *deres* tur til at være aktive i Eulers venner. (Hele bestyrelsen er mindst femte års studerende!).

Bestyrelsen har som følge af ovenstående måttet indlemme samtlige suppleanter, og er nu sammensat således:

Jakob Grove (formand, A.3.16)

Jacob S. Møller (kasserer, A.3.16)

Gorm Salomonsen (B.4.29)

Annette S. Petersen (A.3.25)

Henrik Just (A.3.16)

Eulerkruset

Efter at vi har brugt et antal Eulerkrus som gaver i forbindelse med årets studietur, er det desværre ved at synge på sidste vers med beholdningen. Faktisk er der kun 2. sorterings krus tilbage, og bestyrelsen er derfor begyndt at overveje en evt. anskaffelse af nye krus.

International Kultur Uge '93

I ugen fra 15. til 21. 1993 er der, som omtalt bl.a. i Information og Debat, *International Kultur Uge* på Universitetet. Det er endnu højst uafklaret, hvad Eulers Venners eventuelle aktiviteter i den forbindelse kunne blive; den mest konkrete ide er at holde en udstilling om Skt. Petersborg udvekslingsturen. Forslag er selvfølgelig velkomne.

Euler-kalenderen

Fredag d. 13. november. Skt. Petersborg billeder, 19.30

Aftenen bruges til at udveksle minder og billeder fra turen til Skt. Petersborg, så tag dine billeder med. Der er fællesspisning (pizza) 18.00 for de, som vil – se opslag.

Onsdag d. 25. november. En matematiker i industrien, 15.15–17.00

Torben Trindkær Nielsen, der er matematiker, vil fortælle om sit arbejde ved B&O. Der er selvfølgelig kaffe og kage. (Sted: se opslag)

Fredag d. 27. november. Studenterseminar, 14.15–16.00 i Aud. D2

Bernd Rühlicke vil fortælle om sfæriske funktioner, og andre pikante matematiske emner. Kaffe og kage.

Onsdag d. 2. december. Gult foredrag, 15.15–17.00

Semesterets andet gule foredrag holdes af Palle Schmidt, og handler sandsynligvis (ha, ha) om kømodeller. (Sted: se opslag)

Fredag d. 4. december. Topologisk Juleklip, 15.30 i “Staff lounge”.

Et af Eulers Venners mest traditionsrige arrangementer. Som sædvanligt drikker vi gløgg og spiser æbleskiver, mens vi klipper topologisk julepynt til kontoret, boxen, derhjemme etc. Hvem laver årets længste Möbius-guirlande?

Tirsdag d. 8. december. Deadline for Q.E.D. nr. 10.

...og denne gang er det alvorligt ment, modsat dette nummers deadline(s).

Hver fredag. Matematisk fredagsbar, 15.30–18.00 i “Staff lounge”

Om kort tid er der premiere på fredagsbarens nyeste initiativ: Specialimporterede belgiske kvalitetsøl! Sidste fredagsbar inden juleferien bliver fredag d. 11. december.

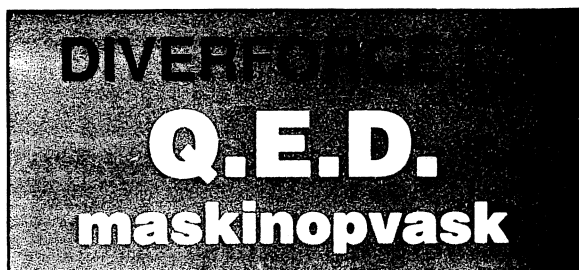
Formanden giver et kort kursus i

**HVORDAN MAN FÅR EN GOD SAMVITTIGHED
UDEN AT RØRE EN FINGER**

Mange føler sig måske af og til som jaget vildt, når Eulers Venners emsige bestyrelse forsøger at kapre folk til at holde foredrag. Der er naturligvis ingen, der ikke gladeligt vil bidrage, men det kræver jo tid alt sammen, og dét er noget, ingen af os har for meget af. Det er der dog råd for! — Thi institutet her får jo mange gæster, hvoraf en stor del sikkert ville kunne holde et godt *Euler Foredrag*. Vi i bestyrelsen opfordrer derfor alle, der er i besiddelse af en sådan viden om vore besøgende, til at varsko os og måske endda til at forsøge at overtale vedkommende. Det vil bidrage ikke bare til flere og fornyende foredrag, men også til at gøre Eulers Venner endnu mere international.

Med håb om godt samarbejde

Jakob Grove



Typeset by *AMS-TEX*

NYE KRÆFTER.

Med den udskiftning, vi har her på stedet, er der kun liden fare for, at folk sidder og bliver gamle og forstenede på en post i Eulers Venner. Til gengæld er der stor fare for, at ledelsen i en "gidokratisk"[†] forening som vores bliver lille og indspist. Lille er den i hvert fald nu. Det er derfor vigtigt at få aktiveret medlemmerne og få dem ind i arbejdet knyttet til foreningen; ikke kun fordi det jo altid er godt med friske synsvinkler, men af simpel nød. Flere af foreningens gamle støtter er enten rejst eller rejser indenfor en overskuelig fremtid, så der er et overordentligt stort behov for nye kræfter. Til eksempel kan nævnes at:

- Der mangler kandidater til opstilling til bestyrelsen ved generalforsamlingen i februar.
- QED mangler redaktionsmedlemmer.
- Der skal nedsættes et nyt studietursudvalg.
- Fredagsbaren kunne godt bruge flere folk i sit team.
- Der mangler folk til at bringe dine ideer ud i livet.

Vores "personale mangel" skulle jo nødigt resultere i, at vi bliver nødt til at skære ned i vore aktiviteter, så tag lige og kom ud af busken!

Endeligt vil jeg da gerne opfordre til hyppigere brug af vores idé postkasse.

Med endnu et håb om godt samarbejde

Jakob Grove

Anvendelsesområde: Alkalisk maskinopvaskemiddel uden fosfat og klorforbindelser. Specielt formuleret til glas, rustfrit stål samt til laboratorieopvask, dog ikke aluminiumsømmer. Er meget effektiv i såvel hårdt som blødt vand. Modvirker kalkbelægninger. Produktforbedring har gjort Q.E.D. mere økonomisk i brug. pH-værdi i koncentrat ca. 14,0.

Dosering: 1,0-4,0 g pr liter vand ved 55-60° C, afhængig af opgavens karakter og vandets hårdhedsgrad.

Brugsanvisning: Doseres gennem DIVERSEY's automatiske doseringsanlæg.

Lagring: Køligt, men frostfrit. **Holdbarhed:** Max. 2 år i ubrudt emballage.

[†]dem der gider bestemme

KFFAMV slog til igen – stafetresultater

På dagen for kandidatfesten fredag d.26. juni viste Komiteen For Fremme Af Matematikkernes Velvære! endnu engang vejen frem!

På denne dejlige solskinsdag med EM-fodbold i fjernsynet om aftenen, havde KFFAMV arrangeret lidt kondileg nede på græsplænen. Efter en del virvar, der ikke var mindre af, at den gode Salomonsen holdt reception i Stafflounge, så alle fløj rundt for at finde hinanden, fik vi endelig samlet de fire hold nede på plænen og kunne starte med hoveddysten, der bestod i en firemandsstafet, hvor hver deltager skulle løbe to gange rundt i Uni-parken, dvs ca 3.5 km. Vi må nok sige, ruten blev modtaget med blandede følelser blandt løberne. Så blandede, at der var flere som opgav deres 2.tur - Ak ja. Nogle prøvede endda at snyde for bakken, men det opdagede de vakse officiels selvfølgelig med det samme! På forhånd var det finnske hold klart tippet favorit, det afholdt dog ikke dette meget beregnende hold, for at sandsynliggøre deres vinderposition op til 23. decimal. At tænke sig, Nina som jo elsker at løbe hårdt, afstod fra en af sine ture og lod Finn løbe for sig, tsk, tsk!

Som man kan se af nedenstående tabel vandt hold 1 suverænt, og fik deres velfortjente belønning om aftenen, eller også gjorde de ikke, humm - piinligt, skribenten kan faktisk ikke huske det, sorry! Nå men under alle omstændigheder:

TILLYKKE FINN

HOLD 1		HOLD 2		HOLD 3		HOLD 4	
LØBER	TID	LØBER	TID	LØBER	TID	LØBER	TID
STEEN	?	PETER	?	NIELS	?	WEISS	?
STEEN	14.45	PETER	15.40	BERND	17.50	WEISS	15.35
NINA	28.40	DOWSKY	?	BERND	27.40	?	23.20
FINN	31.30	DOWSKY	33.05	NIELS	36.27	GORM	32.40
FINN	37.38	HENRIK	40.15	JØRGEN	44.24	KAREN	43.20
LARS H.	45.10	HENRIK	48.07	JØRGEN	52.36	KURT	50.50
LARS H.	52.34	KORNE.	52.42	JUST	1.02.15	KAREN	1.02.05
FINN	58.37	KORNE.	1.03.55	JUST	1.12.37	KURT	BEEEP

NB. De manglende tider skyldes en vis uenighed blandt officiels om tidstagningen, og nogle løberes manglende evner til at løbe to ture i træk, hvoket ødelagde alle omhyggeligt udtenkte planer. At der mangler en løber tilskrives stokastiske grunde!

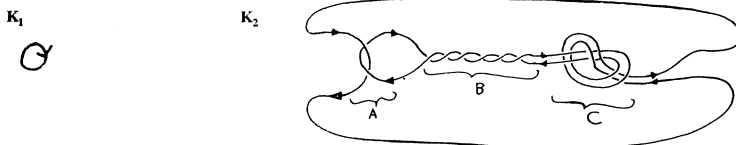
Udover stafetløbet kunne man også spille kroket og boccio, der viste sig hurtigt at være en fraktion af krocketspillere, der stødte til hinanden med stor iver. Et par øl blev det da også til blandt de ikke spillende og ikke løbende, og vel egentlig også blandt de aktive sportsudøvere. Det var en hyggelig eftermiddag, som blev sluttet endnu bedre af om aftenen med:

OG DET VAR DAAANMARK, OLÉ, OLÉ, OLÉ

Side 9 formelen: Kan topologer regne?

Ved en tilfældig forbiPASSEREN af et matematikerkontor blev jeg adspurgt om jeg egentlig kunne regne og finde formler, når jeg bare var topolog! Dum - som jeg var forsvarere jeg selvfølgelig topologernes ære. Først for sent gik det op for mig, at jeg stod overfor QED redaktionen, som straks opfordrede mig til give et eksempel fra noget jeg havde beskæftiget mig med - stort suk. Nå, men jeg fandt mit speciale frem og phew, jeg havde faktisk lavet en stor udregning, som fyldte mange sider!

Mit speciale er knudeteori, og handler kort fortalt om, hvordan man kan tilknytte et polynomium til en knude. Problemet, er så, at denne tilknytning skal være en topologisk invariant, og at topologisk forskellige knuder helst skal have forskellige polynomier - og det sidste er faktisk svært at sikre sig. Der er da ingen, der endnu har kunnet gøre dette, så her ligger berømmelsen ventende på geniet! I specialet havde jeg en polynomiumstilknytning (Conwaypolynomiet), der desværre gav samme polynomium - nemlig 1 - til nedenstående to knuder:



Uheldigt, men motiverende for at jeg gav mig ikast med Jonespolynomiet:

Axiomssystem for Jonespolynomiet V :

1. Det er en ambient isotopiinvariant for orienterede lænker.
2. $V_{\bigcirc} = V_{\bigcirc} = 1$

$$3. tV \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} - t^{-1} V \begin{array}{c} \searrow \\ \nearrow \end{array} = \left(t^{1/2} - t^{-1/2} \right) V \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array}$$

For at vise at Jonespolynomiet var bedre end Conwaypolynomiet forekom det mig nødvendigt at vise at Jonespolynomiet kunne skelne imellem disse to knuder! Hvilket efter en "lille" udregning resulterede i følgende formel:

$$\begin{aligned} V_{K_2} = & t^{-2} + t^{-4}(-t^{-3})(t^{-1/2} - t^{1/2})^5 \\ & + t^{-2} (t^{-1/2} - t^{1/2})^2 + 2t^{-6} t^{-1}(t^{-1/2} - t^{1/2})(2t^2 - t(t^{-1/2} - t^{1/2})) \\ & + t^{-2} t^{-2} (t^{-1/2} - t^{1/2})^2 + t^{-8} (-1)(t^{-1/2} - t^{1/2})^2 \\ & + t^{-4} t^{-2} (t^{-1/2} - t^{1/2})^2 + t^{-4} t^{-2}(t^{-1/2} - t^{1/2})^2(3-2t^{-1}(t^{-1/2} - t^{1/2})) + 2t(t^{-1/2} - t^{1/2}) \cdot t^{-2}(t^{-1/2} - t^{1/2})^2 \\ & + 2 t^{-6} t^{-1} (t^{-1/2} - t^{1/2})^3 + 2t^{-6} (-t^2)(t^{-1/2} - t^{1/2})^3 \\ & + t^{-4} t^{-2} (t^{-1/2} - t^{1/2})^2 (3 - 2t^{-1} (t^{-1/2} - t^{1/2}) + 2 + (t^{-1/2} - t^{1/2}) \cdot t^2(t^{-1/2} - t^{1/2})^2) + t^{-8} (-1)(t^{-1/2} - t^{1/2})^2 \\ & + 2 t^{-6} (-t) (t^{-1/2} - t^{1/2})^3 + t^{-10}(-1)(t^{-1/2} - t^{1/2})^4 \\ & + t^{-4} t^{-3}(t^{-1/2} - t^{1/2})^3(1+3-2 t^{-1}(t^{-1/2} - t^{1/2}) + 2t(t^{-1/2} - t^{1/2}) \cdot t^2(t^{-1/2} - t^{1/2})^2) + t^{-10} t(t^{-1/2} - t^{1/2})^3(2t^2 + t^{-1}(t^{-1/2} - t^{1/2})) \\ & + t^{-2} t^{-4}(t^{-1/2} - t^{1/2})^4(3-2t^{-1}(t^{-1/2} - t^{1/2}) + 2t(t^{-1/2} - t^{1/2}) \cdot t^2(t^{-1/2} - t^{1/2})^2) + t^{-12} (-t^3)(t^{-1/2} - t^{1/2})^4(3-2t^{-1}(t^{-1/2} - t^{1/2}) + 2t(t^{-1/2} - t^{1/2}) \cdot t^{-2}(t^{-1/2} - t^{1/2})^2) \\ & + t^{-6} (-t^2)(t^{-1/2} - t^{1/2})^4(3-2t^{-1}(t^{-1/2} - t^{1/2}) + 2t(t^{-1/2} - t^{1/2}) \cdot t^2(t^{-1/2} - t^{1/2})^2) + 2t^{-3} (-t^{-1})(t^{-1/2} - t^{1/2})^3 \\ & + t^{-10} (t^{-1/2} - t^{1/2})^4(3-2t^{-1}(t^{-1/2} - t^{1/2}) + 2t(t^{-1/2} - t^{1/2}) \cdot t^{-2}(t^{-1/2} - t^{1/2})^2) \\ & + 2t^{-8} (t^{-1})(t^{-1/2} - t^{1/2})^5 \end{aligned}$$

Som har koefficient forskellig fra 0 i sit maxed. Vi overlader det trygt til læseren at regne efter!

Svar på sidste nummers læseropgave.

Vi repeterer først opgaven, og bringer derefter løsningen, som er indleveret af Marcel Bökstedt og Jørgen Tornehave.

Læseropgave: Givet n^3 terninger med sidelængde 1. Vis at den entydigt bestemte måde disse kan arrangeres på så overfladen er minimal, er som en terning med sidelængde n .

Svar:

Vi bruger en lidt forstærket version af opgave 5 fra matematikolympiaden i Moskva. Forstærkningen består i, at vi påstår, at hvis $|S|^2 = |S_x||S_y||S_z|$, så er S en produktmængde, det vil sige at der findes $A_i \subset \mathbf{R}$, så at $S = A_1 \times A_2 \times A_3$.

Hvis vi antager dette, kan vi løse QED-gåden: Lad X være en disjunkt forening af enhedskuber. Lad os antage at centra for disse enhedskuber er mængden S . Vi antager derudover, at kuberne er akseparallelle, og at deres centre ligger på et kubisk gitter, med sidelængde 1. Hvis vi kan det, kan vi også vise det tilsvarende udsagn for kuber med sidelængde $\frac{1}{n}$, hvor midtpunkterne ligger på et kubisk gitter med sidelængde $\frac{1}{n}$. Vi gider ikke vise, at det generelle tilfælde kan reduceres hertil, ved at approksimere en kube med en hel masse små kuber.

Forudsætningen er at

$$\text{Vol}(X) \geq n^3$$

Vi skal vise, at

$$\text{Area}(\text{bd}(X)) \geq 6n^2$$

og at vi kun har lighed, hvis X er en $n \times n \times n$ -kube.

Men det er ikke svært at se, at $\text{Area}(\text{bd}(X)) \geq 2(|S_x| + |S_y| + |S_z|)$, og at $\text{Vol}(X) = |S|$. Nu bruger vi den aritmetisk-geometriske ulighed for tre positive tal:

$$\frac{a+b+c}{3} \geq (abc)^{1/3}$$

Her gælder kun lighed, hvis $a = b = c$.

Vi kombinerer til at $\text{Area}(\text{bd}(X)) \geq 6n^2$ og at lighed kun gælder, hvis $S = A_1 \times A_2 \times A_3$, og mængderne A_i har kardinalitet n . Nu er det let at se, at arealet af en sådan mængde bliver alt for stor, hvis den ikke er en $n \times n \times n$ -kube.

Der mangler at løse opgaven fra Moskva. Vi synes, at de der kinesere er imponerende, der kunne regne både den, og de to andre opgaver på fire og en halv time!

Nu bliver det lidt indviklet, fordi vi skal finde ud af relationerne mellem $|S_x|$, $|S_y|$, $|S_z|$. Den afgørende information, er at givet et par $(a, b) \in \mathbf{R}$ er projektionen væk fra anden koordinat

$$\{(a, b, z) \in S\} \xrightarrow{\pi_{1,3}} \{(a, z) \in S_y\}$$

injektiv: Da b er givet er det relativt simpelt at rekonstruere (a, b, z) hvis vi kender (a, z) . Specielt har vi en relation mellem kardinaliteterne:

$$|\{(a, b, z) \in S\}| \leq |\{(a, z) \in S_y\}|$$

Lad os indføre navne på de optrædende kardinaliteter:

$$f(a, b) = |\{(a, b, z) \in S\}|$$

$$g_1(b) = |\{(b, z) \in S_x\}|$$

$$g_2(a) = |\{(a, z) \in S_y\}|$$

Vi skynder os at bemærke, at

$$\begin{aligned}\sum_{(a,b) \in S_z} f(a,b) &= |S| \\ \sum_a g_2(a) &= |S_y| \\ \sum_b g_1(b) &= |S_x|\end{aligned}$$

og at vi lige har fundet ud af, at

$$f(a,b) \leq g_2(a) \quad f(a,b) \leq g_1(b)$$

Ved at bruge Cauchy-Schwarz's ulighed ser vi at

$$\begin{aligned}|S|^2 &= \\ &= \left(\sum_{(a,b) \in S_z} f(a,b) \right)^2 \\ &= \left(\sum_{(a,b) \in S_z} 1 \cdot f(a,b) \right)^2 \\ &\leq |S_z| \left(\sum_{(a,b) \in S_z} f(a,b)^2 \right) \\ &\leq (|S_z|) \left(\sum_{(a,b) \in S_z} g_2(a) g_1(b) \right) \\ &= (|S_z|) \left(\sum_a g_2(a) \right) \left(\sum_b g_1(b) \right) \\ &= (|S_z|)(|S_x|)(|S_y|)\end{aligned}$$

Der kan kun være lighed hvis alle leddene $f(a,b)$ er ens, og lig med $g_2(a)g_1(b)$. Men dermed er også $f(a,b) \neq 0$ hvis og kun hvis $g_2(a) \neq 0$ og $g_1(b) \neq 0$, så at

$$|S_z| = |\{(a,b) | f(a,b) \neq 0\}| = (|\{a | g_2(a) \neq 0\}|)(|\{b | g_1(b) \neq 0\}|)$$

Vi kan interpretere disse mængder:

$$\{a | g_2(a) \neq 0\} = \{a | \text{der findes } (y,z) \text{ der opfylder at } (a,y,z) \in S\} = \pi_1(S)$$

Tilsvarende argumenter gælder for de andre projektioner. Heraf kan sluttet at fordi

$$|S|^2 = (|S_z|)(|S_x|)(|S_y|)$$

så er

$$|S| = |\pi_1(S)| |\pi_2(S)| |\pi_3(S)|$$

Det følger, at S er produktet af projektioner af S på de tre akser.

Jørgen T. og Marcel

En uge i Århus

Fra den 13. til den 20. september havde vi besøg af en flok russere (ikke at forveksle med russer) fra Skt. Petersborg. Vi bringer et par af deres (ind imellem lidt pudsige) indtryk, klippet ud fra den officielle rapport:

Mandag

We were standing in front of a big blue wall. It was presenting some symbols of Aarhus. A young man with light-coloured hair was telling us about this symbols. We have learnt a lot of remarkable things. Then we followed to the wedding room. We were very much surprised that marriage between two man or two women was allowed in Denmark on a level with ordinary marriages.

We lifted up to the roof of the city hall. There we filled a small area. We were able to look around all of the city. Some of us have taken the pictures. We have seen such beautiful view that memory of it will remain into our hearts forever!

We set forward to the music hall. There we were met by beautiful woman-guide.

In the evening we were invited to the wine club. We were immersed to informal atmosphere, to atmosphere of friendship. From our friends we have known that apples wine was made from flowers in general with addition some apples. We spent our time there very well.

Tirsdag

We witnessed the systems of control, monitoring and analysing of waste water which help to provide Denmark with clean water. Staying in homes of Danish students we got and impression of Danish water to be the best in the world.

Some of us liked pictures by British artists Gilbert & George. Their pictures very extremely large and some of them provocative.

Onsdag

When we were given the tickets we were surprised a little with the wide range of the prices and with the very democratic idea of selling more expensive tickets to the elder people. As far as we could understand the script and the title (*Aspects of love*, Q.E.D.) the musical was about love. That was the point, where we all agreed.

Torsdag

All the students were impressed by Prof. Tornehave's very emotional lecturing manner which still did not prevent them from enjoying the knots theory.

We went to the Moesgaard Museum where we saw an exhibition of Asian items collected by Danish travellers and the prehistorical man.

Fredag

After that Danish students tried to fish out some words of disappointment or annoyance with the whole program or some part of it. But they didn't succeed and the common opinion was: the tour was organized wonderfully and was carefully thought about so all the things together worked out very well.

Lørdag

Some of us went to the small town named Bilka, some preferred visiting the city center.

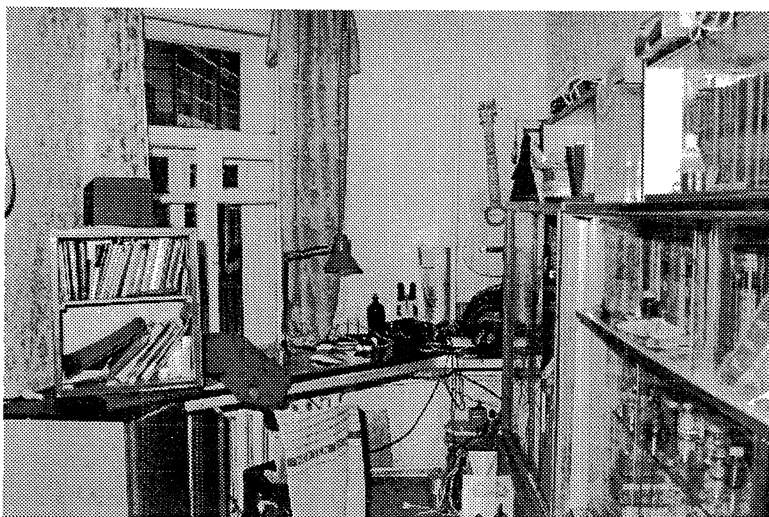
Såvel den russiske (hvorfra ovenstående smagsprøver stammer) som danske udgave (de er begge to på engelsk!) af rapporten over russernes Århus-besøg er udkommet, og kan fås på A.3.16. Rapporten over turen til Skt. Petersborg er lige på trapperne.

Q.E.D.

En uge i Skt. Petersborg

Her er beretningen om en hektisk uge, som vi, 27 studerende, og Johan P. tilbragte på studietur i Rusland. Beretningen er skrevet ud fra en fuldt personlig synsvinkel. Dette fremgår forhåbentlig også. Søndag morgen meget tidligt (kl. ca. 5) mødtes vi på Århus Banegård. Det var ikke alle, der var lige morgenfriske, og ikke få var urolige for den foranstående rejse. Ikke mindst flyveturen med Aerophlot blev der gisnet om. Men til Skt Petersborg kom vi, og efter halvanden times venten i lufthavnen var vi alle glade for endelig at kunne trække den CO₂-fyldte russiske luft i lungerne. Vi blev nu installeret. De fleste blev indlogeret på hotel, men vi var 8 der havde den fornøjelse at blive indkvarteret privat.

Her kom så mit første møde med rigtige russere. Jeg boede ved den russiske studerende, Stas, som havde boet hos mig i september, da de russiske studerende var her i Århus. Han er enebarn. Hans far er associated professor i datalogi (det er hvad der svarer til en lektor herhjemme), og hans mor arbejder som bibliotikar. Hun er dog uddannet som fysiker. Pointen er, at det er et intellektuelt, og forholdsvis velhavende hjem, jeg var kommet ind i. Mit første indtryk, da jeg trådte ind i lejligheden var, at jeg var tilbage til 50-erne. Lejligheden var spækket med ting. Specielt Stas' værelse var overfyldt. Gammelt elektronik, og andre redskaber, som man herhjemme kun finder på museer flød over det hele. Nå men det mest fantastiske var, at jeg faktisk også kunne snakke med menneskerne i det hjem, jeg her var kommet ind i. Stas havde fortalt mig, at hans far nok kunne en lille smule tysk. Men det viste sig, at han meget hellere ville tale engelsk. Og det gjorde han endda bedre end Stas!

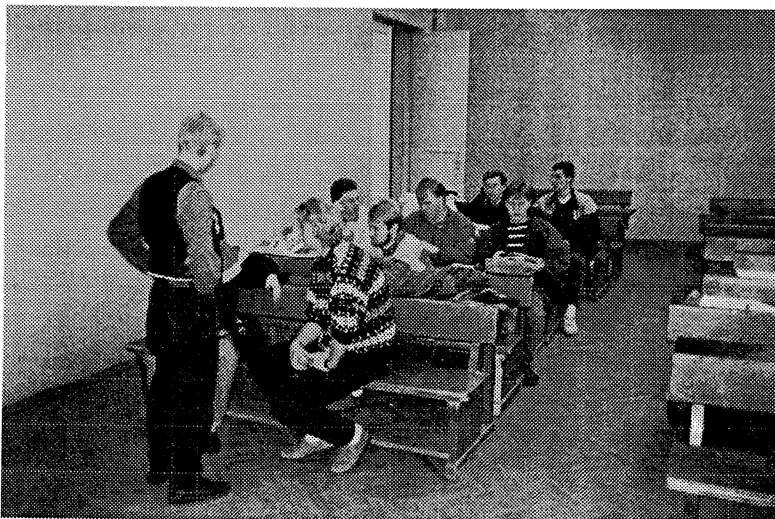


Nu starter så et helt kapitel for sig: Den russiske gæstfrihed. Straks jeg kom ind af døren, blev jeg vartet op med, hvad de nu havde at byde på. Smidt i bad blev jeg også. Da Stas var i Danmark, blev jeg ellers urolig for om de overhovedet har brusere, eller i det hele taget badeværelser derovre. For selvom jeg opfordrede ham til det hver aften, gik Stas kun i bad to gange: den dag han kom, og den dag han tog hjem. Men både brusere og varmt vand findes derovre. Nok om det! Specielt faderen var interesseret i at høre noget om Danmark, og hvordan det danske uddannelsessystem ser ud. Han interesserede sig i det hele taget meget for mig, og gjorde meget ud af at være en god vært, og sørge for at jeg havde det godt. Det viste sig, at Stas skulle på hospitalet den følgende dag, og det var hans far, der skulle tage sig af mig. Det var helt fint, men han bekymrede sig så meget for mig, at det blev helt irriterende. Han ville følge mig på universitetet hver morgen, hvilket var ok. Men om eftermiddagen, når alle danskerne skulle hen og spise forkost et andet sted i byen, ville han være der, og om aftenen ville han følge mig hjem! I løbet af den næste dag, og resten af ugen lykkedes det dog mig at få ham til at forstå at jeg var lykkelig for bare at kunne komme og sove og spise, og at de ellers ikke behøvede at bekymre sig så meget mere for mig.



Nu til resten af ugen, og hvad der var blevet arrangeret for os. For det første havde de russiske arrangører arrangeret en række matematiske foredrag på det tekniske universitet, som de kom fra. Det generelle indtryk var vist, at niveauet var lidt lavere end herhjemme. Desuden demonstrerede de på glimrende vis russerens mangel på kundskaber

i engelsk. Ellers vil jeg lade mere kompetente personer om matematikken. Der var arrangeret frokost for os hver dag på "Palace of Youth", som er et kæmpe stort beton prestige-byggeri. Maden her var spiselig (med mindst en undtagelse, Q.E.D.). Faktisk var den godt tilberedt, men råvarerne var ikke af den kvalitet, vi ser herhjemme. Her blev der også arrangeret "fester" for os mandag og fredag aften. D.v.s. aftensmåltid af en kvalitet, der var lidt bedre end frokosten, og så kunne vi ellers gå ind på stedets bar og fulde os....undskyld mig, snakke med russerne og hinanden. Det var også udmærket, da der ikke var mange andre gæster, så vi kunne næsten have baren for os selv. Som måske bekendt er sprutten meget billig derovre, og da det gik op for os, at en flaske vodka ikke kostede mere end 12kr. i baren, var der nogen, der gik rigeligt til den. Ikke sandt???



Mandag eftermiddag holdt de ansvarlige for ILIP (den organisation, hvorigennem de russiske studerende var kommet til Danmark) et velkomstforedrag på selvsamme "Palace of Youth". Efter min mening var det en forfærdelig gang ynke. Indholdet af foredraget var i hovedtræk, at russerne nu havde set lyset, og forkastet kommunismen. Alt hvad vi har i vesteuropa er bedre, end hvad de har derovre, og de ville derfor prøve at blive ligesom os. Denne holdning var efter min opfattelse, den officielle holdning. Tag bare Aeroplots blad, og se hvad de giver for det russiske samfund! Men det kan selvfølgelig være, at jeg har misforstået noget, og så må nogen rette mig.

De russiske arrangører havde arrangeret en masse sight-seeing ture for os. Der er også nok at se på i Skt Petersborg. Hvad Zaren har stillet op af vinter- og

sommerpaladser er helt fantastisk. Kæmpe store lagkage-huse fyldt med guld og gips. Russerne har forstået at bevare disse, og Louvre i Paris kan godt gå hjem og lægge sig, når man har set Eremitagen, som er Zarens vinterpalads. Vi havde en eftermiddag til at se det. D.v.s. at vi blev vist rundt af en guide. Men efter kort tid blev det til et marathon i utroligheder og smuk kunst. Også det zoologiske museum, vi var inde og se, var fantastisk. Mest på grund af sit omfang. Man fik virkelig kuller, hvis man forsøgte at kigge på alle de skabninger, der var udstillet derinde. Men det var tydeligt, at alle udstillinger var gamle, og museet var ikke særlig publikumvenligt med sin bombarderen med indtryk. På det punkt har de efter min mening noget at lære af os danskere derovre.

Skt. Petersborg går for at være en kulturel by. Det er den på sin vis også. Der er masser af museer, og de gamle bygninger er så nogenlunde bevaret. Desuden er der i byen flere musikhuse, og en opera. Men russerne har ikke rigtig tid til at være så kulturelle, og pr. tradition er byen fuldstændigt død efter kl. 11 om aftenen, hvor alt lukker. Så for nogle festglade danskere der vil i byen hele natten og møde de lokale russere er der ikke meget at komme efter. Til gengæld sidder russerne på bar om eftermiddagen, og man skal bare vende sig til at man skal nå at have det sjovt inden midnat. Jeg har før været inde på at alt var meget billigere derovre, end herhjemme. Det er faktisk helt groteskt, at vi derovre kunne leve som grever og baroner. Vores beskedne SU svarer omregnet i rubler til meget mere end lønnen for en universitetsansat lektor derovre. Dette giver blot et lille billede af, hvor "fattige" russerne er. Dette kunne virkelig også fornemmes, og russerne sagde, at de har det hårdere nu, end de havde det for 10 år siden. Fødevarer er dog så billige, at det ikke direkte er maden på bordet,



de ikke kan få. Et andet negativt indtryk, byen gav, var det grå, slidte, forurenede og beskidte indtryk man fik af byen. Specielt transportmidlerne, både de offentligt (metro, busser og sporvogne) og de private (biler) var nedslidte.

Alt dette kan måske godt lyde negativt. Men det har været en fantastisk oplevelse for mig at besøge Skt. Petersborg. For under det slidte og grå fungerer tingene alligevel. Folk på gaden venlige og fordomsfri. Og ikke mindst har jeg fået mig nogle gode venner blandt de russiske studerende. For selvom Danmark og Rusland ligger langt fra hinanden, har vi mange ting til fælles. F.eks. vores selvironiske humor, og rugbrød. Så det var med en lille tåre i øjet, at jeg sagde farvel i lufthavnen.

Morten Brun.

Billednote:

Første billede: Stas' værelse

Andet billede: Palace of Youth

Tredje billede: Forelæsningslokale på det tekniske universitet

Fjerde billede: Forelæsningslokale på Steklov elite-instituttet

(Bemærk kontrasten mellem billede 3 og 4)

MAT. FREDAGS- BAR

I STAFF-LOUNGE

FREDAGE FRA KL. 15 30

- altid frisk kaffe
- få en øl/vand
- afslappet atmosfære
- masser af spil.

DER ARBEJDES PÅ
IMPORT AF
BELGISK
ØL
!

/barteam.

Læseropgave

Der er langt om længe indkommet en (korrekt!) besvarelse på den sidste læseropgave i Q.E.D. (bragt i numrene 6 og 7). Vi siger til lykke til de heldige vindere, Marcel Bökstedt og Jørgen Tornehave, deres besvarelse bringes andetsteds i dette nummer.

Vi iler med at bringe en ny opgave, der efter sigende er af en sværhedsgrad, så alle denne gang kan være med:

Lad Σ_n betegne gruppen af permutation af n elementer.

Definer en funktion

$$\pi : \Sigma_n \longrightarrow \mathbb{N}$$

således at $\pi(\sigma)$ er det mindste antal transpositioner af naboelementer der skal til for at generere $\sigma \in \Sigma_n$.

Opgaven er nu følgende

Bestem en funktion $\kappa_n : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ således at

$$\kappa_n(j) = \#\{ \sigma \in \Sigma_n \mid \pi(\sigma) = j \}$$

Besvarelser kan afleveres i vores postkasse, indsendes til Eulers venner eller afleveres direkte til et redaktionsmedlem. Der er selvfølgelig præmier til den bedste besvarelse. God fornøjelse!

Q.E.D.